

INTEGRALSÄTZE ÜBUNGSBLATT 11

Aufgabe 11: Inhalt der 3-Sphäre

Die 3-Sphäre $S^3 = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^4 : \|\underline{x}\| = 1\}$ lässt sich durch Kugelkoordinaten

$$\phi(\varphi, \theta_1, \theta_2) = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \varphi \\ \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \varphi \\ \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix}$$

von $D = [0, 2\pi] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ aus parametrisieren. Bestimmen Sie

$$\text{Vol}_3(S^3) = \int_{S^3} dS = \int_D d^3(\varphi, \theta_1, \theta_2) \|\underline{K}(\phi_\varphi, \phi_{\theta_1}, \phi_{\theta_2})\|.$$

Tipp: Man erhält das Integral $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_1 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_2 \cos^2 \theta_1 \cos \theta_2$ und muss das noch auswerten.

Abgabe: Bis Mittwoch 15.7.2026 um 23:59 Uhr.