

INTEGRALSÄTZE: ÜBUNGSBLATT 6

Aufgabe 6: Flächenintegrale in \mathbb{R}^2

(a) Wiederholen Sie, was der Satz von Fubini besagt. Sei $B_a \subseteq \mathbb{R}^2$ der Normalbereich für $x_1 \in [0, 1]$ zwischen der Geraden $x_2 = x_1$ und der Parabel $x_2 = x_1^2$, und sei $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Verifizieren Sie den Satz von Fubini für B_a und f , indem Sie $\int_{B_a} f(x_1, x_2) d(x_1, x_2)$ durch iterierte Integrale in beiden Reihenfolgen berechnen.

(b) Für

$$B_b = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq x_2 \leq x_1 \right\}$$

versuchen Sie, $\int_{B_b} e^{x_1^2} d(x_1, x_2)$ in beiden Reihenfolgen zu berechnen, und führen Sie eine der beiden Rechnungen bis zum Ende. Welche Reihenfolge eignet sich besser und warum?

(c) **Optionale Zusatzaufgabe** (40 Extra-Punkte)

Berechnen Sie das Volumen V des Tetraeders, das von den drei Koordinatenachsen und der Ebene $x_3 = 2 - 2x_1 - x_2$ begrenzt wird.

Abgabe: Bis Mittwoch 3.6.2026 um 23:59 Uhr