

Mathematik 2 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe spätestens 23.04.2026, 10:00)

Aufgabe 1

(keine Abgabe)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \cos^3 x \, dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ c) $\int \cos^5 x \, dx$

Aufgabe 2

(freiwillige Abgabe)

a) Zeichnen Sie den Graph von $f : x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

b) Berechnen Sie

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{\varepsilon}^1 \frac{dx}{x} \right), \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{2\varepsilon}^1 \frac{dx}{x} \right) \quad \text{und} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{\varepsilon^2}^1 \frac{dx}{x} \right).$$

c) Begründen Sie, warum $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$ nicht existiert. Nehmen Sie dabei Bezug auf die Aufgabenteile (a) und/oder (b).

Aufgabe 3

(freiwillige Abgabe)

Bestimmen Sie ohne (komplexe) Partialbruchzerlegung:

a) $\int \frac{dx}{1+x^2}$ b) $\int \frac{x}{1+x^2} \, dx$ c) $\int \frac{2x-3}{x^2+1} \, dx$ d) $\int \frac{x}{x^2+4x+5} \, dx$

HINWEIS: Ergänzen Sie in Teil (d) zunächst quadratisch.

Aufgabe 4

(keine Abgabe)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^{\infty} t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

a) Berechnen Sie $\Gamma(1)$.

b) Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s \Gamma(s) \, \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.

c) Bestimmen Sie $\Gamma(26)$.

d) Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{HINWEIS: Substitution.}$$

Aufgabe 5

Auf www.khanacademy.org können Sie viele Themen selbständig üben, mit automatischem Feedback. Dabei geht es hauptsächlich um Schulmathematik, d.h. die Seite bietet sich zum Wiederholen von Schulstoff an. Es kommen aber auch – so wie in den Vorschlägen für diese Woche – fortgeschrittene Themen vor.

Diese Woche passend sind z.B. die Übungen

- *Integration by parts*,
- *Integration by parts: definite integrals*,
- *Reverse chain rule*,
- *Partial fraction expansion* und
- *Integration with partial fractions*.

HINWEISE:

- a) Benutzen Sie am besten die *englische* Version der Seite. Die deutsche Version hatte in der Vergangenheit oft weniger Inhalte.
- b) Kopieren Sie den Namen der Aufgabe in das Suchfeld, und filtern Sie bei *Content type* nach *Exercise*.