

Mathematik 2 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 7 (Abgabe spätestens 13.06.2026, 23:59)

Aufgabe 27

(freiwillige Abgabe)

Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ hermitesch mit Eigenwerten $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. Zeigen Sie: $\det A = \prod_{j=1}^n \lambda_j$.

Gilt diese Formel auch für beliebige $n \times n$ -Matrizen?

Aufgabe 28

(freiwillige Abgabe)

Gegeben sei die quadratische Form

$$q_A(x, y, z) = x^2 + 10y^2 + z^2 - 4y(x + z) + 2axz, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Für welche Werte von a ist q_A positiv definit? Welche Definitheitseigenschaften hat q_A für andere Werte von a ?

Aufgabe 29¹

(freiwillige Abgabe)

Sei $\vec{x} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$ mit kartesischen Koordinaten x, y, z . Wir möchten uns die folgende Menge veranschaulichen,

$$T := \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \left(1 - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = \frac{1}{4} \right\}.$$

- Zeichnen Sie zunächst die Schnittmengen mit den drei Koordinatenebenen, z.B. ist $T_{xy} := \{\vec{x} \in T \mid z = 0\}$ die Schnittmenge mit der xy -Ebene.
- Zeichnen Sie nun $T \subset \mathbb{R}^3$.
- Erklären Sie kurz, wie Sie von den Ergebnissen in (a) zu der Zeichnung in (b) gelangt sind.

HINWEIS: Wenn Sie in (a) die Gleichung, die ein Punkt erfüllen muss, damit er sowohl in T als auch in einer Koordinatenebene liegt, etwas umstellen, kommen stets Kreise zum Vorschein.

¹In dieser Aufgabe üben wir nochmal das Visualisieren in mehreren Dimensionen, was in den nächsten Wochen hilfreich sein wird.