

## Mathematik 2 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 8 (Abgabe spätestens 20.06.2025, 23:59)

---

**Bemerkung zur Notation:** Statt  $\frac{\partial f}{\partial x}$  schreiben wir auch  $f_x$ .

---

### Aufgabe 30

(freiwillige Abgabe)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & \pi & 0 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Seien weiter  $f, q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(\vec{x}) = e^{xz} + (y - z) \sin(xy)$  und  $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$ .

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen  $f_x$ ,  $f_y$  und  $f_z$ .
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen  $q_x$ ,  $q_y$  und  $q_z$ .
- Berechnen Sie Richtungsableitung von  $q$  an der Stelle  $\vec{x}_0 = (1 \ 0 \ -1)^T$  in Richtung von  $\vec{v} = (1 \ 1 \ 1)^T / \sqrt{3}$ . Verwenden Sie dabei kein  $\nabla$ , sondern die Definition der Richtungsableitung.  
HINWEIS: Es lohnt sich, zu überlegen, wie  $(\partial q / \partial \vec{v})(\vec{x}_0)$  für eine beliebige Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und eine beliebige Richtung  $\vec{v}$  an einer beliebigen Stelle  $\vec{x}_0$  aussieht.
- Für welche  $\vec{x}$  sind  $f$  und  $q$  total differenzierbar? Geben Sie  $\nabla f$  und  $\nabla q$  an.
- Bestimmen Sie die Richtungsableitung von  $f$  an der Stelle  $\vec{x}_0 = (\frac{\pi}{2}, 0, 1)^T$  in Richtung von  $(1, 1, 1)^T$ .

### Aufgabe 31

(freiwillige Abgabe)

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & , \quad x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & , \quad x = y = 0 \end{cases}.$$

- Zeigen Sie: Die Funktion  $f$  ist stetig. HINWEIS:  $|xy| \leq x^2 + y^2$  (warum?)
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$  für  $\vec{x} \neq \vec{0}$ .
- Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von  $f$  in  $\vec{0}$ .
- Wo ist  $\frac{\partial f}{\partial x}$  stetig?
- Ist  $f$  im Ursprung total differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.