

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 09.11.2018)

---

### Aufgabe 18

(15 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, oder begründen Sie ggf., warum sie nicht existieren.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2 - 1} \left( \frac{2n^5 - 3n^4 + 1}{n^2} - 2n^3 \right) \right) & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n + n^2} - \sqrt{n^2 - n} \right) & \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{8 - x}{|x - 8|} \end{array}$$

### Aufgabe 19

(keine Abgabe)

Zeigen sie mithilfe der Definition des Grenzwertes, dass

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x) = 6, \quad \text{d.h. finden Sie ein geeignetes } \delta(\varepsilon).$$

### Aufgabe 20

(keine Abgabe)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^2 - x - 20}{x + 4} & \text{c) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} \end{array}$$

### Aufgabe 21

(9 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} & \text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 2}}{2 - x} \end{array}$$

### Aufgabe 22

(10 Punkte)

Berechnen Sie für  $n \in \mathbb{N}_0$  (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \frac{8^{\nu}}{n - \nu + 1} & \text{b) } \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=\mu}^n \frac{\mu}{\nu(\nu + 1)} \end{array}$$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der  $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare  $(\mu, \nu)$ , über die in  $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$  bzw. in  $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$  summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

### Aufgabe 23

(8 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 09.12.18 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Infinite limits: graphical,*
- *Limits by factoring,*
- *Limits using conjugates* und
- *Divide polynomials with remainders.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 2).