

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 8 (Abgabe am 07.12.2018)

Aufgabe 42

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\sinh x$ b) $\cosh x$ c) $\operatorname{Artanh} x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von \log in der Vorlesung.

Aufgabe 43

(16 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

- a) e^{-x^2} b) $\frac{x - \sin x}{x^2}$ c) $\frac{1}{(1-x)(8-x)}$ d) $\frac{\sin x}{1-x^2}$

Aufgabe 44

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - e^{2x})^9}{(x - \sin x)^3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2000} \sin^{18} x}{(2 \cos x - 2)^{1009}}$

Aufgabe 45

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\frac{1}{20+x}$ um $x_0 = 18$, b) e^{-x} um $x_0 = 8$ und e) $\sin x$ um $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

Aufgabe 46

(keine Abgabe)

Wir definieren die Zahlen B_n , $n \in \mathbb{N}_0$, durch (linke Seite bei Null stetig fortgesetzt)

$$\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{x^n}{n!}.$$

- a) Bestimmen Sie B_0 .

- b) Zeigen Sie: $B_n = -\frac{1}{n+1} \sum_{\nu=0}^{n-1} \binom{n+1}{\nu} B_\nu$ für $n \geq 1$.

Aufgabe 47

(6 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 13.01.19 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Taylor & Maclaurin polynomials,*
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for $\sin x$, $\cos x$, and e^x*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 11 (Blatt 2).

(ii) Die Taylor-Reihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.