

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 01.02.2019)

Aufgabe 76

(8 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

a) $\frac{59i - 18}{1 + 2i}$ b) $\exp\left(\frac{1}{2} \log 8 + i\frac{\pi}{4}\right)$ c) $(x + iy)^3$ d) $\sin(x + iy)$

Aufgabe 77

(4+5+5 = 14 Zusatzpunkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $20 = z^{19}$.
b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^3 = 2 - 2i$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.
c) Sei $n \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie:

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} e^{2\pi i \nu / n}$$

Aufgabe 78

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 79

(8 Zusatzpunkte)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 + i & -1 - i \\ 1 - i & 1 - i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, A^{-1} und $\overline{A}^T A$.

Aufgabe 80

(16 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^2 + 9 - \sqrt{x}}{x} dx$ b) $\int_0^\infty \frac{dx}{1 + x^2} := \lim_{y \rightarrow \infty} \int_0^y \frac{dx}{1 + x^2}$
c) $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^2} dt$ d) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{2018} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob wir F explizit kennen. . .