Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose
Tim Binz, Dominik Edelmann

WiSe 2019/20
30.05.2020

# Nachtest/Nachklausur
# zu Analysis 1/Mathematik für Physiker 1

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang:

**Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und beschriften dieses mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer.** Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 12 Teilaufgaben. In jeder Teilaufgabe können bis zu 4 Punkte erreicht werden. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

| **Aufgabe** | 1a | 1b | 2a | 2b | 3a | 3b | 4a | 4b | 5a | 5b | 6a | 6b | **Summe** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Punkte** | | | | | | | | | | | | | |

**Aufgabe 1.** **(a)** Sei $M$ eine endliche Menge und $f\colon M \to M$ eine injektive Abbildung. Begründen Sie, warum $f$ dann bereits bijektiv sein muss.

**(b)** Geben Sie ein $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, welches zwar injektiv aber nicht bijektiv ist und begründen Sie.

**Aufgabe 2.** **(a)** Sei $(x_n)$ eine reelle Folge mit $\lim(x_n) = a > 0$ und $(y_n)$ eine reelle Folge mit $\lim(y_n) = \infty$. Zeigen Sie, dass auch $\lim(x_n y_n) = \infty$ ist.

**(b)** Sei $P = a_n X^n + \cdots + a_0$ ein reelles Polynom vom Grad $n \in \mathbb{N}$ mit $a_n > 0$. Begründen Sie, warum $\lim_{x\to\infty} P(x) = \infty$ ist.

**Aufgabe 3.** **(a)** Sei $P$ ein reelles Polynom ungeraden Grades. Begründen Sie, warum $P$ eine Nullstelle haben muss.

**(b)** Geben Sie für jede gerade natürliche Zahl $n$ ein reelles Polynom vom Grad $n$ ohne Nullstelle an und begründen Sie.

**Aufgabe 4.** **(a)** Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar und streng monoton wachsend. Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f'(x) \geq 0$.

**(b)** Geben Sie ein differenzierbares und streng monoton wachsendes $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, wo nicht $f' > 0$ gilt und begründen Sie das.

**Aufgabe 5.** **(a)** Begründen Sie, warum $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{\arctan(x^2+1)}$ differenzierbar ist und berechnen Sie $f'$.

**(b)** Begründen Sie, warum $f$ bei $x = 0$ ein globales striktes Minimum hat.

**Aufgabe 6.** **(a)** Berechnen Sie mit Hilfe von partieller Integration das Integral $\int_1^2 x \ln(x)\,dx$.

**(b)** Berechnen Sie mit Hilfe von Substitution das Integral $\int_0^1 x/\sqrt{x^2+1}\,dx$.