

Mathematik I für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens am 25.10.2019, 8:10 – vor der Vorlesung)

Aufgabe 6

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie geometrisch: $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2019}$.

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

Aufgabe 7

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Sei $a_0 = 1$ sowie $a_{n+1} = 2a_n + 19$ für $n \in \mathbb{N}_0$.

a) Bestimmen Sie a_n für $n = 1, 2, 3, 4$.

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: $a_n = 5 \cdot 2^{n+2} - 19 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten n ungeraden positiven Zahlen ist gleich n^2 .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für $k \in \mathbb{N}$ ist $2k$ gerade und $2k - 1$ ungerade und positiv.

Aufgabe 10

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 11

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für $x \in \mathbb{R}$:

$$\text{a) } \sum_{\nu=-1}^5 \nu(\nu+1) \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{n+3} 2^k \quad \text{c) } \sum_{k=0}^{n+19} x^{k+n} \quad \text{d) } \sum_{k=n}^m k \quad \text{für } m > n \geq 0.$$

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

Aufgabe 12

(100 Zusatzpunkte)

Auf www.khanacademy.org können Sie selbständig Mathematik üben und dabei vor allem auch Schulstoff wiederholen. Auf den Übungsblättern und in den Übungen werden wir regelmäßig darauf hinweisen, welche *Skills*, *Missions etc.* gerade sinnvoll sind.

Für Ihre Aktivitäten auf KHANACADEMY können Sie Zusatzpunkte erhalten. Wir vergeben die Zusatzpunkte für die Anzahl *Skills*, für die Sie bis zum 12.01.2020 den Status *Mastered* erreicht haben, und zwar:

<i>Skills Mastered</i>	50	100	150	200	250	300
Zusatzpunkte	50	60	70	80	90	100

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Powers of the imaginary unit*). Schränken Sie ggf. das Suchergebnis auf *Exercises* ein. Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben. Wenn Ihnen keine *Mastery Challenges* angeboten werden, wählen Sie eine *Mission* aus, am besten eine, der die aktuellen *Skills* entstammen oder *The World of Math* (enthält alles).
- Damit Ihr*e Übungsgruppenleiter*in Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihren/seinen *Class code*, welchen Sie in der Übungsgruppe erhalten.

Sinnvolle *Skills* diese Woche sind z.B.

- *Powers of the imaginary unit*,
- *Plot numbers on the complex plane*,
- *Add & subtract complex numbers*,
- *Graphically add & subtract complex numbers* und
- *Multiply complex numbers*,

oder was Ihnen sonst noch im Bereich *Math > Algebra II > Complex numbers* über den Weg läuft.