

Mathematik I für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 3 (Abgabe **ausnahmsweise** bis spätestens **Do 31.10.19, 12:00**,
in die Mappen vor C4P31)

Aufgabe 13

(15 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{a) } \sum_{\nu=0}^n \sum_{k=0}^{\nu} \binom{\nu}{k} 9^{\nu} \quad \text{b) } \sum_{\ell=0}^n \sum_{k=0}^{\ell} \binom{\ell}{k} 9^k \quad \text{c) } \sum_{\nu=0}^n \sum_{\ell=0}^n \binom{\ell}{\nu} 9^{\nu}$$

Aufgabe 14

(10 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$3^n > 2n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 15

(6+6+3 = 15 Punkte)

Seien f , g und h Funktionen mit den Abbildungsvorschriften

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = \sqrt{x+8} \quad \text{und} \quad h(x) = x^3 + 1.$$

- a) Bestimmen Sie für f , g und h jeweils den maximalen Definitionsbereich sowie das Bild (als Teilmengen von \mathbb{R}).
- b) Existieren die folgenden Verkettungen? (Die Definitionsbereiche aus Teil (a) gelten weiterhin.) Geben Sie ggf. den Definitionsbereich und das Bild der jeweiligen Verknüpfung an.
- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| (i) $f \circ g$ | (ii) $g \circ f$ | (iii) $f \circ h$ |
| (iv) $h \circ f$ | (v) $g \circ h$ | (vi) $h \circ g$ |
- c) Bestimmen Sie $(h \circ f)(x) - (f \circ h)(x)$.

Aufgabe 16

(6 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, oder begründen Sie ggf., warum sie nicht existieren.

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+2n^2} \left(\frac{2n^5 - 3n^4 + 1}{n^2} - 2n^3 \right) \right) \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 2n} \right)$$

