

Mathematik I für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 8 (Abgabe am 06.12.2019)

Aufgabe 45

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\sinh x$ b) $\cosh x$ c) $\operatorname{Artanh} x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von \log in der Vorlesung.

Aufgabe 46

(4 Punkte)

Begründen Sie geometrisch, dass $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Leiten Sie daraus und mithilfe der arctan-Reihe eine Reihendarstellung für π her. Nennen Sie die Summe der ersten n Terme dieser Reihe π_n . Berechnen Sie (mit Taschenrechner oder Computer) π_n für einige Werte von n , und vergleichen Sie mit dem Ihnen bekannten Wert für π .

Aufgabe 47

(16 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

- a) e^{2x^3} b) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$ c) $\frac{1}{(1-x)(9-x)}$ d) $\frac{\cos x}{1+x^2}$

Aufgabe 48

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^{20}}{(1 - \cos x)^{10}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2000} \sin^{19} x}{(x - \sin x)^{673}}$

Aufgabe 49

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\frac{1}{20+x}$ um $x_0 = -19$, b) e^{-2x} um $x_0 = 9$ und e) $\cos x$ um $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

Aufgabe 50

(100 Zusatzpunkte)

Sinnvolle *Skills* auf KHANACADEMY sind diese Woche z.B.

- *Taylor & Maclaurin polynomials*,
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for $\sin x$, $\cos x$, and e^x*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

(ii) Die Taylor-Reihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.