

## Mathematik I für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 8 (Abgabe am 06.12.2019)

---

### Aufgabe 45

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a)  $\sinh x$                       b)  $\cosh x$                       c)  $\operatorname{Artanh} x$

um  $x_0 = 0$ . Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von  $\log$  in der Vorlesung.

### Aufgabe 46

(4 Punkte)

Begründen Sie geometrisch, dass  $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Leiten Sie daraus und mithilfe der arctan-Reihe eine Reihendarstellung für  $\pi$  her. Nennen Sie die Summe der ersten  $n$  Terme dieser Reihe  $\pi_n$ . Berechnen Sie (mit Taschenrechner oder Computer)  $\pi_n$  für einige Werte von  $n$ , und vergleichen Sie mit dem Ihnen bekannten Wert für  $\pi$ .

### Aufgabe 47

(16 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

- a)  $e^{2x^3}$                       b)  $\frac{1 - \cos x}{x^2}$                       c)  $\frac{1}{(1-x)(9-x)}$                       d)  $\frac{\cos x}{1+x^2}$

### Aufgabe 48

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^{20}}{(1 - \cos x)^{10}}$                       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2000} \sin^{19} x}{(x - \sin x)^{673}}$

### Aufgabe 49

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a)  $\frac{1}{20+x}$  um  $x_0 = -19$ ,                      b)  $e^{-2x}$  um  $x_0 = 9$                       und                      e)  $\cos x$  um  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

### Aufgabe 50

(100 Zusatzpunkte)

Sinnvolle *Skills* auf KHANACADEMY sind diese Woche z.B.

- *Taylor & Maclaurin polynomials*,
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for  $\sin x$ ,  $\cos x$ , and  $e^x$*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

(ii) Die Taylor-Reihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.