

Mathematik I für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 12 (Abgabe am 17.01.2020)

Aufgabe 67

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Polardarstellung der folgenden Punkte (x, y) aus \mathbb{R}^2 :

- a) $(-1, \sqrt{3})$ b) $(2, 2)$ c) $(\sqrt{3}, -1)$ d) $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

Geben Sie die folgenden Punkte (x, y, z) aus \mathbb{R}^3 in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) an:

- e) $(5, 0, 0)$ f) $(0, 0, -\pi)$ g) $(1, 0, -1)$ h) $(1, -1, -\sqrt{2})$

Aufgabe 68

(10 Zusatzpunkte)

Sei $t \in [0, 2\pi]$. Berechnen Sie für die folgenden Kurven die Geschwindigkeit $\vec{x}'(t)$ und zeichnen Sie die Kurven.

a) $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} (\pi + t) \cos t \\ (\pi + t) \sin t \end{pmatrix}$ b) $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos(2t) \\ \sin(2t) \\ t \end{pmatrix}$

Aufgabe 69

(4+4+4 = 12 Punkte)

Die Lösungsmenge des folgenden LGS ist eine Ebene E_1 im \mathbb{R}^3 ,

$$2x_1 + 1 + 9x_3 = x_2.$$

- a) Geben Sie eine Parameterdarstellung sowie die Hessesche Normalform von E_1 an.
Welchen Abstand hat die Ebene vom Ursprung?

Die Ebene E_2 im \mathbb{R}^3 ist gegeben als

$$E_2 = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, s, t \in \mathbb{R} \right\}.$$

- b) Geben Sie die Hessesche Normalform von E_2 an.
c) Bestimmen Sie die Schnittmenge von E_2 und E_1 .

Aufgabe 70 (muss erst am 24.01.20 abgegeben werden)¹
Berechnen Sie – falls möglich – für die Matrizen

(10 Punkte)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

- a) AA^T , b) $A^T A$, c) $AA^T B$, d) $A^T AB$,
e) $B^T AA^T$, f) A^2 , g) $A^T AA^T A$.

HINWEIS: (i) Assoziativität, d.h. $(AB)C = A(BC)$, ist hilfreich.

(ii) Die Transponierte A^T einer Matrix A wird erst am 15.01.20 eingeführt. Daher muss die Aufgabe erst am 24.01.20 abgegeben werden.

Aufgabe 71

(100 Zusatzpunkte)

Sinnvolle *Skills* auf KHANACADEMY sind diese Woche z.B.

- *Matrix elements*,
- *Matrix equations: scalar multiplication* und
- *Multiply matrices*.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2) – Achtung: Khan-Frist 12.01.2020.

¹Diese Aufgabe wird wahrscheinlich nicht in den Übungsgruppen besprochen. Das Vergleichen von Ergebnissen und die Diskussion von Lösungswegen, z.B. im Webforum, ist aber erwünscht und wird unterstützt.