

Mathematik I für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 14 (Abgabe am 31.01.2020)

Aufgabe 76

(8 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

a) $\frac{100 + 20i}{3 - 2i}$ b) $(\overline{x + iy})^3$ c) $\sqrt{3} \exp(\frac{1}{2} \log 6 - i\frac{\pi}{4})$ d) $\cos(x + iy)$

Aufgabe 77

(3+5 = 8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $20 = z^{20}$.
b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^4 = 16i$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.

Aufgabe 78

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U = \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 79

(8 Zusatzpunkte)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - 2i & i - 2 \\ 2 + i & 1 + 2i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, A^{-1} und $\overline{A}^T A$.

Aufgabe 80

(12 Zusatzpunkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^2 - 7 + \sqrt{x}}{x} dx$ b) $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^2} dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{2020} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Denken Sie bei den Teilen (b) & (c) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob wir F explizit kennen...

Aufgabe 81

Eine sinnvolle *Skill* auf KHANACADEMY ist diese Woche z.B.

- *Divide complex numbers.*