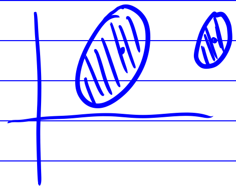
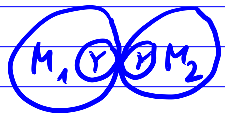
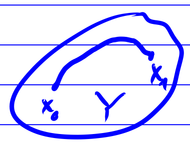


Def 5.16 Sei X top. R.

a) $Y \subset X$ heißt <u>zusammenhängend</u>, falls es keine offenen Mengen $M_1 \neq \emptyset \neq M_2$, $M_1 \cap Y \neq \emptyset$, $M_2 \cap Y \neq \emptyset$, gibt mit $M_1 \cap M_2 \cap Y = \emptyset$ und $Y \subset M_1 \cup M_2$



b) $Y \subset X$ heißt <u>wegzusammenhängend</u>, falls $\forall x_0, x_1 \in Y$ $\exists$ st. $f : [0,1] \to X$ mit $f(0) = x_0$, $f(1) = x_1$, $f([0,1]) \subset Y$.



Bem • wegzus. $\Rightarrow$ zus.
aber nicht umgekehrt.
(Bew: Skript)

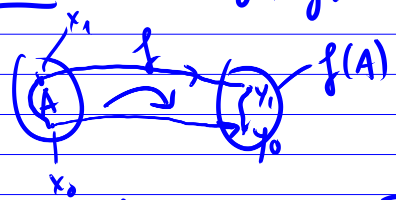
• Sei $Y \subset \mathbb{R}^n$ offen. Y wegzus. $\Leftrightarrow$ Y zus.
(Bew: Skript)

c) $Y \subset V$ norm. R.

Y konvex $\Rightarrow$ Y wegzus.

<u>Satz 3.18</u> Seien X, Y top. R.e, $f : X \to Y$ st. Wenn $A \subset X$ wegzus., dann ist $f(A) \subset Y$ wegzus.

<u>Bew</u> Seien $y_0, y_1 \in f(A)$.



Wähle $x_0 \in f^{-1}(y_0) \cap A$, $x_1 \in f^{-1}(y_1) \cap A$.

A wegzus $\Rightarrow$ $\exists$ st. $g : [0,1] \to X$ mit $g(0) = x_0$, $g(1) = x_1$, $g([0,1]) \subset A$.

Dann $f \circ g : [0,1] \to Y$ st. mit

$(f \circ g)(0) = y_0$, $(f \circ g)(1) = y_1$

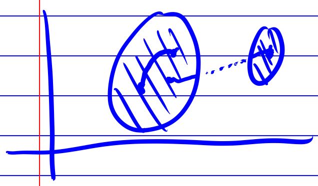
$(f \circ g)([0,1]) \subset f(A)$. $\square$

<u>Def 3.22</u> Sei X metr. R.

$U \subset X$ heißt <u>Gebiet</u> $\Leftrightarrow$ $\emptyset \neq U$ offen und wegzus.

Prop und Def Sei X top. R., $Y \subset X$. Die Rel.

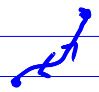
$$x_0 \sim x_1 :\Longleftrightarrow \exists \text{ st. } f:[0,1] \to Y$$
$$f(0)=x_0, \quad f(1)=x_1$$

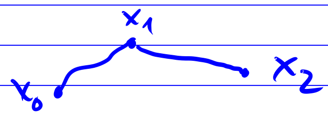


ist Äq.rel.

Die Äq.klassen heißen die Zusammenhangskomponenten von Y.

Bew refl.: $f(t) = x_0$

symm.: $g(t) = f(1-t)$ 

transitiv: 

$$h(t) = \begin{cases} f(2t) & t \in [0,\tfrac{1}{2}] \\ g(2t-1) & t \in [\tfrac{1}{2},1] \end{cases}$$

st. in $t=\frac{1}{2}$, denn $\forall$ Umg U von $x_1 = f(1) = g(0)$ gibt es (f st.) Umg V_f von $\frac{1}{2}$ in $[0,\frac{1}{2}]$ mit $f(V_f) \subset U$

(g st.) Umg V_g von $\frac{1}{2}$ in $[\frac{1}{2},1]$ mit $g(V_g) \subset U$.

$\Rightarrow$ $V_f \cup V_g$ ist Umg. von $\frac{1}{2}$ in $[0,1]$ mit $h(V_f \cup V_g) \subset U$. $\square$