Def 10.11 Sei $G \subset \mathbb{R}^n$, $f: G \to \mathbb{R}$.

Der Träger von f (support of f) ist

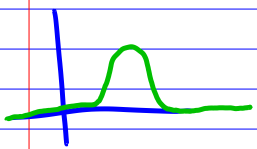
$$\operatorname{supp}(f) := \overline{\{x \in G \mid f(x) \neq 0\}} \cap G$$

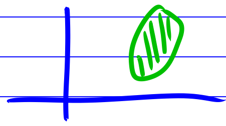
Allg. für $f: X \to V$, X top. R., V V.R.,

$$\operatorname{supp}(f) := \overline{\{x \in X \mid f(x) \neq 0\}}.$$

$C_0(X) := \{ f \in C(X) \mid \operatorname{supp}(f) \text{ ist kompakt}\}$

= Raum der st. Fktnen mit kompaktem Träger





Prop 10.12 Sei $f \in C_0(\mathbb{R}^n)$. Dann hat für jeden Quader

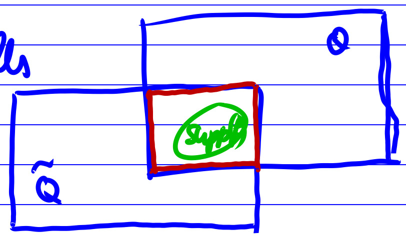
$Q = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]$ mit $\operatorname{supp}(f) \subset Q$

das Int. $\int_Q f \, d(x_1 \dots x_n)$ denselben Wert

$$=: \int_{\mathbb{R}^n} f \, d(x_1 \dots x_n).$$

Bew Seien $Q, \tilde{Q}$ 2 Quader, die supp(f) enthalten. Dann ist

$P := Q \cap \tilde{Q}$ ebenfalls Quader, der supp(f) enthält.



Daher

$$\int_Q f = \int_P f = \int_{\tilde{Q}} f \qquad \square$$

Bem 10.14 $\int_{\mathbb{R}^n}$ ist invariant unter Translationen:

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(\underline{x}+\underline{a})\,d\underline{x} = \int_{\mathbb{R}^n} f(\underline{x})\,dx$$

$\forall \underline{a} \in \mathbb{R}^n \ \forall f \in C_0(\mathbb{R}^n)$

Bew: folgt aus der entspr. Aussage in $\mathbb{R}^1$.