Schrödingers Katze

Quantenmechanik (QM) =
Lehre von Bewegung und Kräften
der Elektronen, Quarks, etc.

$\psi : \mathbb{R}^{3N+1} \longrightarrow \mathbb{C}$ "Wellenfunktion"

$\psi(\underbrace{\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_N}_{\text{Konfiguration von N Teilchen}}, t)$

Schrödinger-Gleichung (E. Schrödinger 1925)

$$(1) \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\underbrace{\sum_{j=1}^{N}\sum_{a=1}^{3} \frac{\hbar^2}{2m_j} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{ja}^2}}_{\text{Laplace-Operator}} + \underbrace{V(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_N)}_{\text{"Potential-Funktion"}} \psi(\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_N, t)$$

$i^2 = -1$

$\hbar$ = Planck-Konstante

m_j = "Masse von Teilchen j"

halbwegs realistisch:

$$V(\underline{x}_1 \dots \underline{x}_N) = \underbrace{\sum_{\substack{j,k=1 \\ j<k}}^{N} \frac{e_j e_k}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\|\underline{x}_j - \underline{x}_k\|}}_{\text{Coulomb-Potential}} - \underbrace{\sum_{\substack{j,k=1 \\ j<k}}^{N} G m_j m_k \frac{1}{\|\underline{x}_j - \underline{x}_k\|}}_{\text{Newtonsches Gravitationspot.}}$$

Ladung

PDE $\qquad\qquad\qquad\qquad \dot{\underline{x}} = A\,\underline{x}$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad \text{oder} \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = -iH\psi/\hbar$$

$H =$ "Hamilton-Operator"

Lösung: $\psi : \mathbb{R} \to C^2\left(\mathbb{R}^{3N} \setminus \bigcup_{j,k} \Delta_{jk}, \mathbb{C}\right)$

$\qquad t \mapsto \psi(t)$

$$\psi(t) = e^{-iHt/\hbar}\,\psi(0) \qquad (\text{Operator-exp})$$

deterministisches Zeitentwicklungsgesetz

Bed. von ψ? umstritten

Born-Regel (Max Born 1926)

$x = (\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_N) \in \mathbb{R}^{3N}$ Konfiguration

hat W'keitsdichte

(2) $$\rho(x) = |\psi(x,t)|^2 .$$

Insbes. $\|\psi(t)\|_2^2 = \int_{\mathbb{R}^{3N}} d^{3N}x \; |\psi(x,t)|^2 = 1$

<u>Satz</u> Schr-gl. $\Rightarrow \|\psi(t)\|_2 = \|\psi(0)\|_2$

W'keit wovon? umstritten

De Broglie-Bohm-Theorie

= Bohmsche Mechanik

(Louis de Broglie 1927,
David Bohm 1952)

$\underline{X}_j(t)$ = Ort $\in \mathbb{R}^3$ des j-ten Teilchens zur Zeit t

- Bohmsche Bewegungsgleichung
$$\frac{d\underline{X}_j}{dt} = \frac{\hbar}{m_j} \operatorname{Im} \frac{\nabla_{\underline{x}_j} \psi(x,t)}{\psi(x,t)}\Bigg|_{x=X(t)}$$
- Schr.-gl. (1) für ψ

$X(t) = (\underline{X}_1(t), \dots, \underline{X}_N(t))$ hat W'keitsverteilung

<u>Satz</u> Wenn $X(0) \sim |\psi(\cdot,0)|^2$,
dann $X(t) \sim |\psi(\cdot,t)|^2 \quad \forall t \in \mathbb{R}$
("Äquivarianztheorem")

Niels Bohr ("Kopenhagener Deutung der QM"):

- de Broglie & Bohm liegen falsch!
- $\nexists$ Teilchenbahnen, $\exists$ nur ψ!
- Ortsvariablen $\underline{x}_j$ (und andere) haben nur dann einen Wert, wenn ein "Beobachter" eine "Messung" durchführt.
- Komplementarität