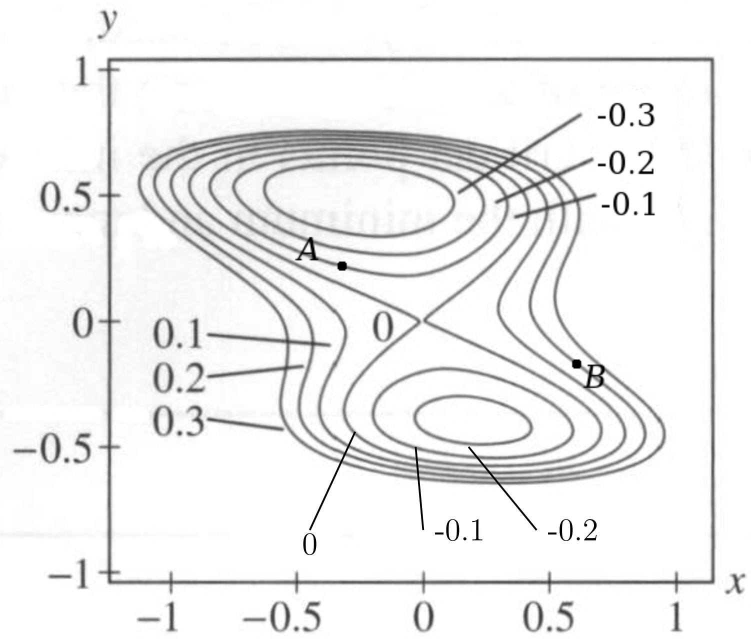
Analysis 2 Übungsblatt 8

Aufgabe 32: Konturdiagramm (15 Punkte)

Gezeigt ist ein Konturdiagramm einer Funktion $f \in C^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$. Die Figur kann auch separat von der Webseite heruntergeladen werden.



(a) Zeichnen Sie ∇f bei A und B ein (qualitativ).

(b) Markieren Sie die drei Punkte, an denen $\nabla f = 0$, und nennen Sie sie P, Q, R. (Suchen Sie selbst aus, welchem der drei Punkte Sie welchen Namen geben.) Nicht alle diese Punkte sind durch die Figur genau festgelegt; machen Sie eine plausible Schätzung über die Lage der Punkte.

(c) Welche der Punkte P, Q, R sind: lokale Maxima? Lokale Minima? Sattelpunkte? (Keine Begründung erforderlich.)

Aufgabe 33: Lokale Extrema (Teamaufgabe, 35 Punkte)

Bestimmen Sie Lage und Art der lokalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2)\mathrm{e}^{-x^2-4y^2}.$$

Aufgabe 34: Extrema von Querschnitten (25 Punkte)

Sei $f(x, y) = (y - x^2)(y - 2x^2)$. Zeigen Sie: f hat kein lokales Minimum bei $(0, 0)$, hat aber auf jeder Geraden durch $(0, 0)$ ein lokales Minimum in $(0, 0)$.

Aufgabe 35: Implizite Funktion (Teamaufgabe, 25 Punkte)

Sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto F(x, y) = y^3 + y - x^4 + x^2$. Der Satz über implizite Funktionen garantiert, dass offene Umgebungen $U, V \subset \mathbb{R}$ von 0 und eine eindeutige Abbildung $g : U \to V$ existieren, so dass $F(x, g(x)) = 0$. Bestimmen Sie das Taylorpolynom $P^{(2)}_{g,0}$ zweiter Ordnung von g in 0.

Abgabe: Bis Freitag 15.1.2020 um 18:00 Uhr auf `http://urm.math.uni-tuebingen.de`.