

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Anleitung 24 zur Vorbereitung auf die Vorlesung am 10.02.21

8.1 Uneigentliche Integrale

Wir definieren

$$\int_a^\infty f(x) dx := \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx, \quad (1)$$

falls $\int_a^b \dots$ für beliebig große b existiert.

Beispiel:

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx \quad \text{https://youtu.be/H4H2w1F9-fg (7 min)} \quad (2)$$

Überlegen Sie selbst: Haben die folgenden Integrale einen endlichen Wert?

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^2}, \quad \int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}, \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^{3/4}}, \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^{4/3}} \quad (3)$$

Falls $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \pm\infty$, definieren wir analog ($a < b$)

$$\int_a^b f(x) dx := \lim_{y \rightarrow b^-} \int_a^y f(x) dx \quad (4)$$

Beispiel:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad \text{https://youtu.be/hv02pdYUwmU (7 min)} \quad (5)$$

Überlegen Sie selbst: Haben die folgenden Integrale einen endlichen Wert?

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x^{3/4}}, \quad \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}} \quad (6)$$

Liegt die problematische Stelle mitten im Integrationsintervall, so erzeugt dies typischerweise *zwei* Limits.

Beispiel:

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx \quad \text{https://youtu.be/oV5JGGuo-XI (6 min)} \quad (7)$$