

## Mathematik I für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe spätestens 13.11.2020, 8:00)

---

### Aufgabe 1

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 \quad \text{gilt} \quad \sum_{k=0}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

### Aufgabe 2

(10 Zusatzpunkte)

Seien  $x, y \in \mathbb{R}$  mit  $x \neq y$ . Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 \quad \text{gilt} \quad \sum_{k=0}^n x^{n-k} y^k = \frac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x - y}.$$

### Aufgabe 3

(10 Punkte)

Sei  $a_0 = 1$  sowie  $a_{n+1} = 2a_n + 19$  für  $n \in \mathbb{N}_0$ .

a) Bestimmen Sie  $a_n$  für  $n = 1, 2, 3, 4$ .

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:  $a_n = 5 \cdot 2^{n+2} - 19 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$ .

### Aufgabe 4

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

*Wird ein Kreis durch  $n$  Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.*

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

### Aufgabe 5

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\text{a) } \sum_{\nu=-1}^{99} \nu \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{n+2} 3^k \quad \text{c) } \sum_{k=0}^{n+20} x^{k+n} \quad \text{d) } \sum_{k=n}^m k \quad \text{für } m > n \geq 0.$$

(weitere Zusatzpunkte auf der Rückseite)

## Aufgabe 6

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 10.01.21 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Finite geometric series*,
- *Finite geometric series word problems*,
- *Finite geometric series in sigma notation*,
- *Arithmetic series* und
- *Arithmetic series in sigma notation*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- b) Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- c) Machen Sie Ihre\*n Übungsgruppenleiter\*in zu Ihrem *Coach*. Dazu erhalten Sie von ihr/ihm einen *Class code*, bzw. einen Einladungslink.
- d) Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in wird Ihnen die obigen *Skills* als *Assignments* geben. Sie sehen diese *Assignments* in der Ansicht *Learner home* (auswählbar nach Klick auf Ihren Namen rechts oben).
- e) Bearbeiten Sie die *Assignments*. Wenn Sie alle Aufgaben einer *Skill* korrekt bearbeiten, erhalten Sie ein Ergebnis von 100%. Sie dürfen das beliebig oft versuchen. Es zählt immer der beste Versuch (aber erst nach dem *Assignment*).
- f) Für jede *Skill* aus den *Assignments*, bei der Sie zum Stichtag 100% erreicht haben, schreiben wir Ihnen 2 Zusatzpunkte gut.