

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 5 (Abgabe spätestens 11.12.2020, 8:00)

---

## Aufgabe 24

(3+5+3 = 11 Punkte)

Die Umkehrfunktion des *Sinus Hyperbolicus* heißt *Arasinus Hyperbolicus*, Funktionsname Arsinh, d.h.  $\text{Arsinh}(\sinh(x)) = x$ , analog für die anderen hyperbolischen Funktionen. Geben Sie die maximalen Definitions- und Wertebereiche für

- a)  $\text{Arsinh } x$ ,    b)  $\text{Arcosh } x$     und    c)  $\text{Artanh } x$

an. Bei (a) und (c) ist dies eindeutig – bei (b) können wir zwei Zweige angeben. Berechnen Sie dann mithilfe von Satz 6 die Ableitungen dieser Funktionen.

BEMERKUNG: Sie benötigen dazu keine expliziten Darstellungen der Umkehrfunktionen, sondern lediglich die Ableitungen aus Aufgabe 22.

## Aufgabe 25

(12 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen differenzierbar? Bestimmen Sie dort die Ableitung.

$$f_1(x) = 6^x, \quad f_2(x) = (\log(x^3))^2, \quad f_3(x) = \log_6(x), \quad f_4(x) = x^x.$$

## Aufgabe 26

(6 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$  sowie  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ . HINWEIS: Die Regel von l'Hospital ist hilfreich.

## Aufgabe 27

(6+2+2 = 10 Zusatzpunkte)

Sei

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}.$$

- Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  mit (i)  $f(x) = 1$ , (ii)  $f(x) = -1$  und (iii)  $f(x) = 0$ .
- Skizzieren Sie den Graph von  $f$ .
- Ist  $f$  in Null stetig? Argumentieren Sie mit  $\varepsilon$  und  $\delta$ , und verwenden Sie dabei Ihre Ergebnisse aus Teil a.

## Aufgabe 28

(16 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{\nu=0}^{\infty} x^{\nu} \quad \forall |x| < 1.$$

Bestimmen Sie *damit* die Taylorreihen der folgenden Funktionen um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

a)  $\frac{1}{20-x}$     b)  $\frac{1}{1+x^3}$     c)  $\frac{x^{20}}{1-x^2}$     d)  $\frac{1-x}{1+x}$

HINWEIS: Sie müssen (und sollen) keine Ableitungen berechnen.

**Aufgabe 29**

(8 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 10.01.21 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Limits using trig identities,*
- *Limits at infinity of quotients with trig,*
- *Infinite geometric series* und
- *Function as a geometric series.*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 6 (Blatt 1).

$$(ii) \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}, \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}.$$