

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 6 (Abgabe am 18.12.2020)

Aufgabe 30

(12 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\sinh x$ b) $\cosh x$ c) $\operatorname{Artanh} x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

Aufgabe 31

(4 Zusatzpunkte)

Begründen Sie geometrisch, dass $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Leiten Sie daraus und mithilfe der arctan-Reihe eine Reihendarstellung für π her. Nennen Sie die Summe der ersten n Terme dieser Reihe π_n . Berechnen Sie (mit Taschenrechner oder Computer) π_n für einige Werte von n , und vergleichen Sie mit dem Ihnen bekannten Wert für π .

Aufgabe 32

(16 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

- a) e^{3x^2} b) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$ c) $\frac{1}{(1-x)(2-x)}$ d) $\frac{\sin x}{1+x^2}$

Aufgabe 33

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^{20}}{(1 - \cos(2x))^{10}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2000} \sin^{20} x}{(\sin x - x + \frac{x^3}{6})^{404}}$

Aufgabe 34

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a) $\frac{1}{20+x}$ um $x_0 = 20$, b) e^{-3x} um $x_0 = 2$ und c) $\sin x$ um $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

Aufgabe 35

(6 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.02.21 auf www.khanacademy.org die Skills Sinnvolle *Skills* auf KHANACADEMY sind diese Woche z.B.

- *Taylor & Maclaurin polynomials*,
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for $\sin x$, $\cos x$, and e^x*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 6 (Blatt 1).

(ii) Die Taylorreihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.