

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 11 (Abgabe spätestens 05.02.2021, 8:00)

Aufgabe 58

(5+2+3 = 10 Punkte)

Seien

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie $\det A$.
- Berechnen Sie $\det B$.
- Bestimmen Sie $\det C$, $\det(C^{-1})$ und $\det(C^5)$.

Aufgabe 59

(4+6 = 10 Punkte)

Seien $\alpha, b \in \mathbb{R}$ mit $b \neq 0$, und sei $A(b, \alpha) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ definiert durch

$$A(b, \alpha) = b \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie $A(b_1, \alpha_1) \cdot A(b_2, \alpha_2)$.
- Bestimmen Sie $B_n := (A(b, \alpha))^n$, $\det(B_n)$ sowie $(B_n)^{-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 60

(9 Punkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U = \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 61

(14 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.02.21 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Determinant of a 3×3 matrix,*
- *Powers of the imaginary unit,*
- *Plot numbers on the complex plane,*
- *Add & subtract complex numbers,*
- *Graphically add & subtract complex numbers,*
- *Multiply complex numbers und*
- *Divide complex numbers.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 6 (Blatt 1).