Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 12 (Abgabe spätestens 12.02.2021, 8:00)

Aufgabe 62 (12 Punkte)

Berechnen Sie

a)
$$\int_{1}^{e} \frac{2x^{2} - 5 + \sqrt{x}}{x} dx$$
 b) $\frac{d}{dx} \int_{0}^{x} \sin(t^{2}) dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^{2}}^{2021} e^{-t^{2}} dt$

Aufgabe 63 (12 Zusatzpunkte)

Berechnen Sie

a)
$$\int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$
 b) $\int x^2 e^{-x} \, dx$ c) $\int_0^{2\pi} \sin(2x) \cos x \, dx$

Aufgabe 64 (4+6=10 Punkte)

Berechnen Sie

a)
$$\int_{1}^{e^{2}} \frac{(\log x)^{3}}{x} dx$$
 b) $\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^{2}} dx$

Aufgabe 65 (8 Punkte)

Die Menge der stetigen Funktionen auf dem Intervall [a, b],

$$C([a,b]) = \{f : [a,b] \to \mathbb{R} \mid f \text{ stetig}\}\$$

ist ein Vektorraum über \mathbb{R} (vgl. Aufgabe 39). Zeigen Sie: $\langle \cdot, \cdot \rangle : C([a, b]) \times C([a, b]) \to \mathbb{R}$ mit

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) g(x) dx$$

ist ein Skalarprodukt.