Termin-ID: NTIwODI2

Analysis 2 | MAT-10-01-2 | Veranstaltung

Veranstaltungstitel: Analysis 2 (Vorlesung) (1. Parallelgruppe)

Datum: 01.02.22

Uhrzeit von / bis: 12:15 - 13:45

Raum: Hörsaal N07

Die jeweiligen Datenschutzbestimmungen zur Verarbeitung der Kontaktdaten sind den Veröffentlichungen des Landes Baden-Württemberg zu entnehmen.

Überblick

Zurück zu Ana 1:

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbb{N} : |a_n - a| < \varepsilon \quad \forall n \geq N.$$

Dies ist die Konvergenz, der zentrale Begriff der Analysis.

Der Abstandsbegriff, der hier steht, kann ganz natürlich verallgemeinert werden. Dies war Kernthema der Ana II:

Wir verallgemeinern auf Folgen bzw. Funktionen, die in allgemeineren Mengen als $\mathbb{R}$ definiert sind.

Wir benötigen einen Abstandsbegriff. Sehr gut geeignet: metrische Räume.

Dann gilt z.B.: $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n + b_n$ existiert etc.

Konvergenz, Stetigkeit und topologische Begriffe (Offenheit, Abgeschl., Kompaktheit etc.) verallgemeinern sich auf total natürliche Art und Weise.
Was neu ist, ist dass diese Begriffe vom Abstandsbegriff abhängen.
Falls die Metrik aus einer Norm kommt gilt im endlich dimensionalen $\mathbb{R}$-VR, dass die Begriffe unabhängig vom Abstandsbegriff sind. Grund: Äquivalenz aller Normen.

Komplizierter wurde es bei der Diffbarkeit:

Ana I: $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$ existiert.

wir haben $+, -, :$. Sieht nach Körper aus, dort ist der Ausdruck klar.

Im allgemeinen Raum ist eine Division evtl. nicht definiert.

(Ausnahme: $\mathbb{C}$)

Aber: Alternative Def. der Diffbarkeit möglich:

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h + o(h)$$

Verallgemeinerung ist hier allgemein möglich

$f'(x)$ ist dann z. B. eine lin. Abb. Totale Diffb.

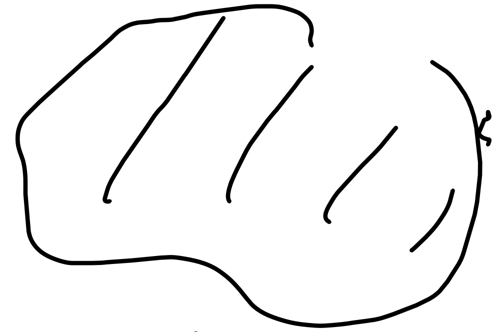
Zweite Alternative: Wir verstehen $f(\vec{x})$ mit $\vec{x} \in \mathbb{R}^d$ als Funktion in d Variablen (d Koordinaten in vorher gewählter Basis)

und gehen komponentenweise vor. Partielle Diffb.

Falls part. Diffbar für jede Basis gilt: $\exists$ alle Richtungen Diffbar

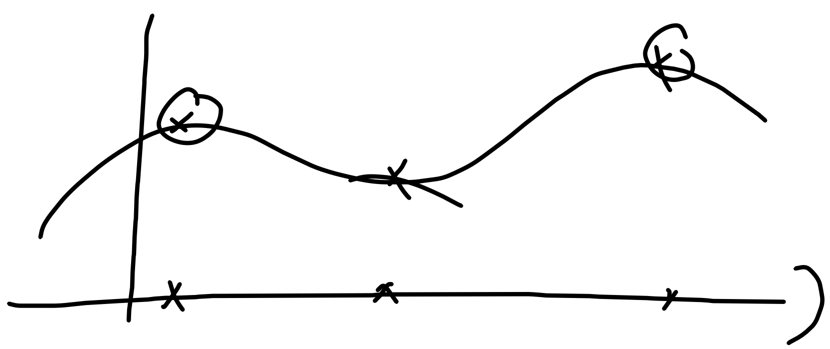
Extrema ...

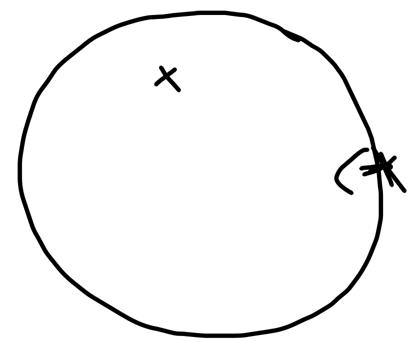
Kritische Punkte.



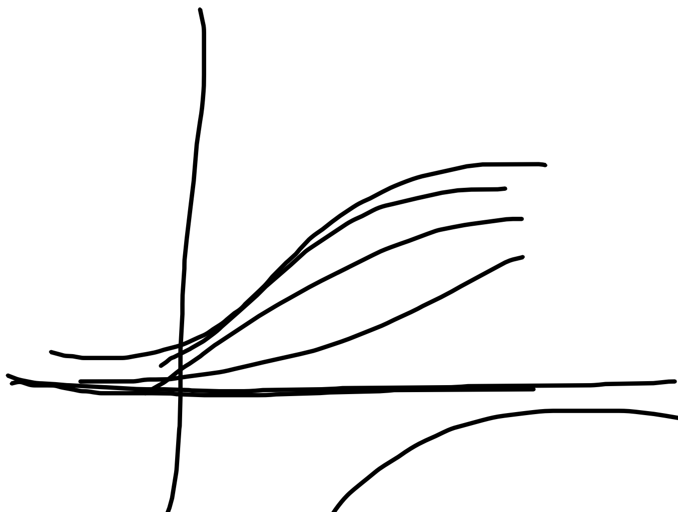
Neu: Weitere Einschränkungen, Nebenbed.

Mit Hilfe der Lagrange-Parameter können wir klar.





Satz über Implizite Fkt, Picard Lindelöff



$f(x,y)=0$

$y' = g(x,y)$

Iterationsverfahren im Kopf, $T_g : B \to B$

B ist ein Banachraum, z.B. stet. Fkt mit $\|\cdot\|_\infty$

Fixpunktsatz liefert uns unter gewissen Bed.

$\exists!$ Lösung.

Integration:

Die Idee des Riemannintegrals lässt sich direkt auf $f: \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ verallgemeinern.
(Hier gibt es keine Integrationsrichtung, dadurch keine Signierung durch die Richtung)

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_{[a,b]} f(x)\,dx$$

Neu ist der Satz von Fubini.
Technisch komplizierter zu zeigen aber prinzipiell das gleiche ist der Trafo-Satz (Substitutionsregel).