MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT
DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN WS 2021/22

Übungen zu Analysis 2 (Mathematik für Physiker III)

Prof. Dr. P. Pickl
Manuela Feistl, Viet Hoang

Blatt 11

Aufgabe 1 *(2 Punkte)***:** Diskutieren Sie qualitativ aber möglichst ausführlich anhand einer Skizze das Vektorfeld und die Integralkurven für das eindimensionale Pendel, dessen Bewegung durch die DGL

$$m\ddot{x} = -k \sin x \qquad \text{mit } m, k > 0$$

bestimmt wird. Achten Sie dabei besonders auf die kritischen Punkte des Vektorfelds, d.h. die Punkte, an denen das Vektorfeld verschwindet.

Aufgabe 2 *(2 Punkte)***:** Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_A (x - 3y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \qquad A \coloneqq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, x < 1 - y\},$

b) $\int_B x \cos y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \qquad B \coloneqq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0, y < 1 - x^2\},$

c) $\int_C \log x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \qquad C \coloneqq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0, 1/x < y < 4 - x\},$

d) $\int_D \frac{x}{y} e^y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \qquad D \coloneqq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, x^2 < y < x\}.$

Aufgabe 3 *(2 Punkte)***:** Berechnen Sie für $0 < a < b$ das Integral

$$I = \int_0^1 \frac{x^a - x^b}{\log(x)}\,\mathrm{d}x,$$

indem Sie den Satz von Fubini auf eine geeignete Funktion $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ anwenden. Prüfen Sie dabei zunächst, ob f die Voraussetzungen des Satzes erfüllt.

Aufgabe 4 *(2 Punkte)***:** Berechnen Sie folgende Integrale:

$$I_1 \coloneqq \int_{[-1,1]^3} \frac{y^3 \cos y}{x^2+1} e^{z^2} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z, \quad I_2 \coloneqq \int_{[-\pi,\pi]^3} \left\{ xyz^2 + \frac{z^2 \sin z}{(y+2\pi)^2 \log(x+2\pi)} \right\} \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z.$$

Abgabe eines Lösungspdfs je Dreiergruppe bis Mittwoch, den 19.01.2022, um 14.00 Uhr.