

Übungen zu Analysis 2 (Mathematik für Physiker III)

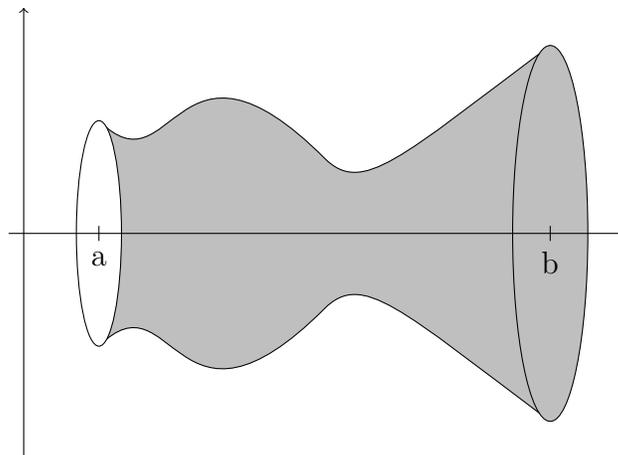
Prof. Dr. P. Pickl
Manuela Feistl, Viet Hoang

Blatt 13

Aufgabe 1 (2 Punkte): Parametrisieren Sie mit geeignete Koordinaten einen Kegel mit Radius r und Höhe h . Berechnen Sie mithilfe des Transformationsatzes die Oberfläche des Kegels und sein Volumen.

Aufgabe 2 (2 Punkte): Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^+$ stetig. Betrachten Sie den Körper, der durch Rotation von $f(x)$ um die x -Achse entsteht.

- Finden Sie geeignete Koordinaten für diesen Körper und gewinnen Sie mithilfe des Transformationsatzes Formeln für die Oberfläche und das Volumen des Körpers.
- Nutzen Sie die Formel, um die Ergebnisse aus Aufgabe 1 zu bestätigen.



Aufgabe 3 (2 Punkte): Sei A eine reelle, positiv-definite, symmetrische $n \times n$ -Matrix. Zeigen Sie mithilfe des Transformationsatzes, dass für das mehrdimensionale Gaußintegral

$$I = \int_{\mathbb{R}^n} e^{-x^\top A x} d^n x = \sqrt{\frac{\pi^n}{\det A}}$$

gilt.

Hinweis: Diagonalisieren Sie A und verwenden Sie die Koordinaten, die dieser Diagonalisierung entsprechen. Damit können Sie das Problem auf das eindimensionale Gaußintegral zurückführen.

Aufgabe 4 (2 Punkte): Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_{\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}} \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} d^2 x$$

nicht existiert.

Abgabe eines Lösungspdfs je Dreiergruppe bis Mittwoch, den 02.02.2022, um 14.00 Uhr.