

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe spätestens 29.10.2021, 8:00)

---

## Aufgabe 1

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

## Aufgabe 2

(10 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten  $n$  ungeraden positiven Zahlen ist gleich  $n^2$ .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für  $k \in \mathbb{N}$  ist  $2k$  gerade und  $2k - 1$  ungerade und positiv.

## Aufgabe 3

(10 Punkte)

Sei  $a_0 = \frac{3}{2}$  und für  $n \geq 0$  sei  $a_{n+1} = 3a_n - 2n$

a) Berechnen Sie  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  und  $a_4$ .

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:  $a_n = 3^n + n + \frac{1}{2} \quad \forall n \geq 0$ .

## Aufgabe 4

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

*Wird ein Kreis durch  $n$  Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.*

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

## Aufgabe 5

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für  $x \in \mathbb{R}$ :

a)  $\sum_{\nu=-1}^5 \nu(\nu+1)$       b)  $\sum_{k=1}^{n+4} 2^k$       c)  $\sum_{k=0}^{n+21} x^{k+n}$       d)  $\sum_{k=n}^m k$  für  $m > n \geq 0$ .

(weitere Zusatzpunkte auf der Rückseite)

## Aufgabe 6

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 09.01.2022 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Finite geometric series*,
- *Finite geometric series word problems*,
- *Finite geometric series in sigma notation*,
- *Arithmetic series* und
- *Arithmetic series in sigma notation*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- b) Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- c) Machen Sie Ihre\*n Übungsgruppenleiter\*in zu Ihrem *Coach*. Dazu erhalten Sie von ihr/ihm einen *Class code*, bzw. einen Einladungslink.
- d) Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in wird Ihnen die obigen *Skills* als *Assignments* geben. Sie sehen diese *Assignments* in der Ansicht *Learner home* (auswählbar nach Klick auf Ihren Namen rechts oben).
- e) Bearbeiten Sie die *Assignments*. Wenn Sie alle Aufgaben einer *Skill* korrekt bearbeiten, erhalten Sie ein Ergebnis von 100%. Sie dürfen das beliebig oft versuchen. Es zählt immer der beste Versuch (aber erst nach dem *Assignment*).
- f) Für jede *Skill* aus den *Assignments*, bei der Sie zum Stichtag 100% erreicht haben, schreiben wir Ihnen 2 Zusatzpunkte gut.