

ANALYSIS 2 ÜBUNGSBLATT 1

Aufgabe 1: Mengen zeichnen (24 Punkte)

Zeichnen Sie folgende Mengen:

- (a) $[1, 2] \times [3, 4]$ (b) $\mathbb{Z} \times [0, \infty)$ (c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y\}$
 (d) $[0, 1]^3$ (e) $[0, 1]^4$ (f) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z^2\}$

Aufgabe 2: Figuren und Gleichungen (16 Punkte)

Charakterisieren Sie folgende Teilmengen des \mathbb{R}^3 durch Gleichungen in den Variablen x, y, z :

- (a) Den Mantel des unendlichen Zylinders, dessen Symmetrieachse die z -Achse ist und dessen Radius 2 ist.
 (b) Die Kugel vom Radius 3 um den Mittelpunkt $(1, 1, 1)$.

Aufgabe 3: Schnitt zweier Kurven (20 Punkte)

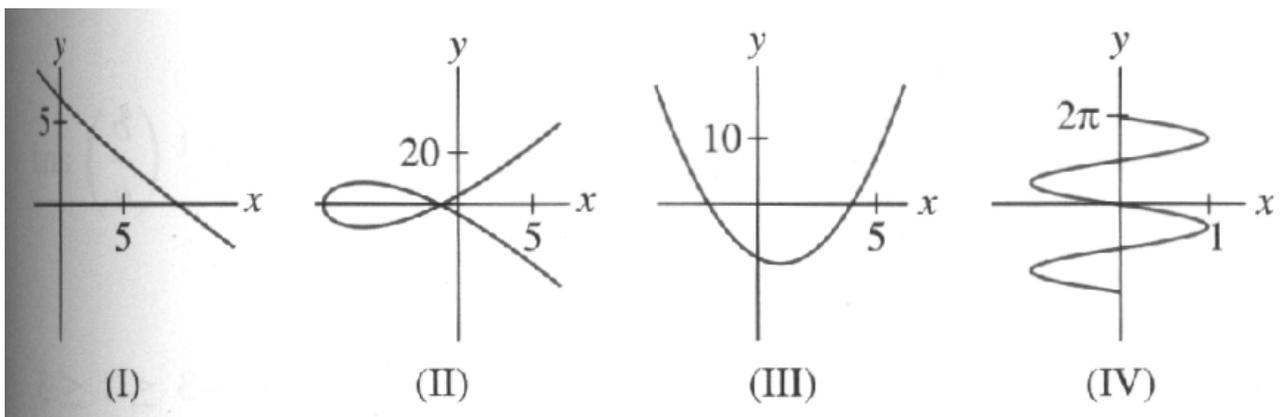
Seien $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ und $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ die zwei Kurven, die durch

$$f_1(t) = (t, t^2, t^3), \quad f_2(t) = (e^t, \cos t, \sqrt{1+t^2})$$

gegeben sind. Haben die beiden Kurven Schnittpunkte? Wenn ja, bestimmen Sie alle.

Aufgabe 4: Kurven und Formeln (20 Punkte)

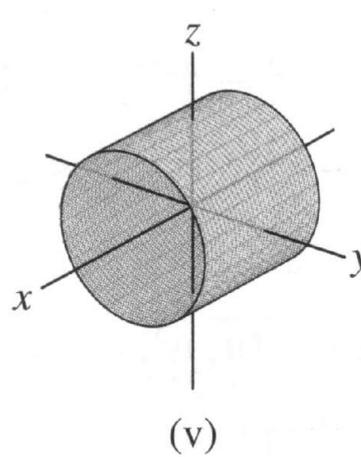
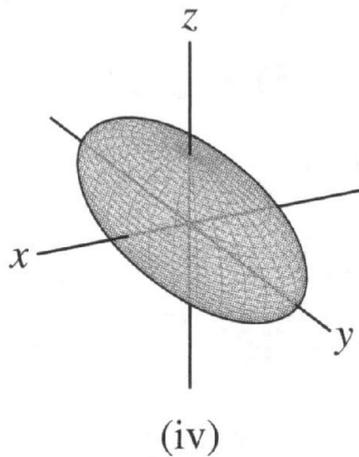
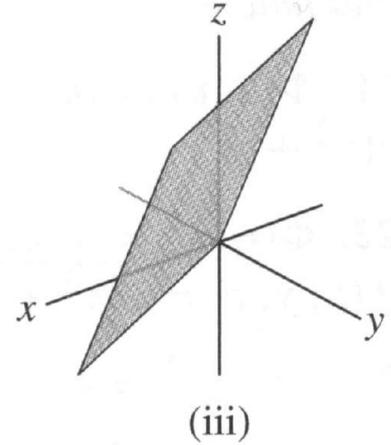
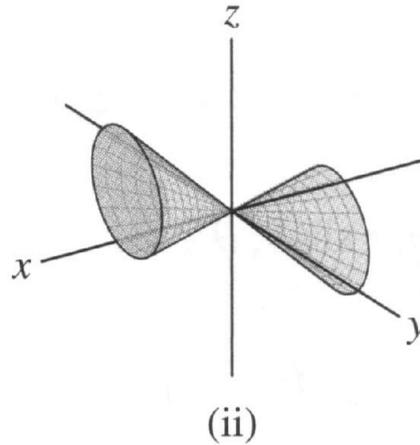
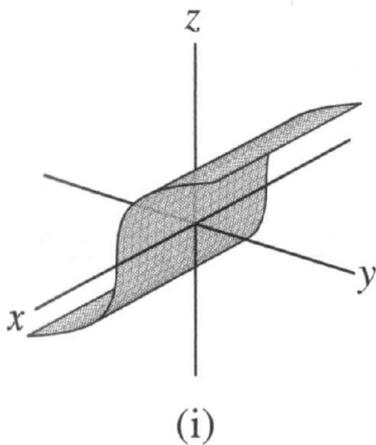
Bestimmen Sie, welche parametrisierte Kurve $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ in (a)–(d) zu welchem Bild (I)–(IV) gehört. (Keine Begründung erforderlich.)



- (a) $c(t) = (\sin t, -t)$ (b) $c(t) = (t^2 - 9, -t^3 + 8t)$
 (c) $c(t) = (1 - t, t^2 - 9)$ (d) $c(t) = (4t + 2, 5 - 3t)$

Aufgabe 5: Flächen und Formeln (20 Punkte)

Bestimmen Sie, welche parametrisierte Fläche $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ in (a)–(e) zu welchem Bild (i)–(v) gehört. (Keine Begründung erforderlich.)



(a) $\phi(u, v) = (\cos u \sin v, 3 \sin u \sin v, \cos v)$

(b) $\phi(u, v) = (u, v^3, v)$

(c) $\phi(u, v) = (u, u(2 + \cos v), u(2 + \sin v))$

(d) $\phi(u, v) = (u, u + v, v)$

(e) $\phi(u, v) = (u, \cos v, \sin v)$

Englisch-Vokabeln (freiwillig): Skalarfeld = scalar field, Vektorfeld = vector field, parametrisierte Kurve = parametrized curve, Fläche = surface, Menge = set, Schnittmenge = intersection, Vereinigungsmenge = union, Teilmenge = subset, Konturdiagramm = contour plot, Niveaumenge = level set, Cartesisch = Cartesian, Abstand = distance, Unterraum = subspace, Ebene = plane, Gerade = (straight) line, Tangente = tangent [tändschent], Ursprung (Koordinatennullpunkt) = origin, Achse = axis, Mantel eines Zylinders = mantle of a cylinder, Mittelpunkt = center.

Abgabe: Bis Montag 24.10.2022 um 12:00 Uhr.