$(R,+)$ Gruppe $\quad (R,\cdot)$ Semi Gruppe

Ideal: a) $(I,+)$ Untergruppe $\Leftrightarrow$ $a,b \in I \Rightarrow a+b \in I$

b) $ax \in I \quad \forall\, a \in I,\ x \in R$

$\{ g^n \quad n \in \mathbb{Z} \} \cong \mathbb{Z}$

oder $\cong$ ~~mit~~ $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$ mit $k \in \mathbb{Z}$

1) $\nexists\ k \in \mathbb{Z}$ mit $g^k = n$

2) $\exists\ k \in \mathbb{Z}$ mit $g^k = n$ kleinste solche k

z.B. $\boxed{1}\quad g \quad \boxed{g^2} \quad g^3 \ \ldots \ \boxed{g^k} = 1$

$\{\langle g^n \rangle \qquad n \cdot |\langle g^n \rangle|$ Vielf. von k.

$\boxed{k = 10} \qquad \{g^6\} \qquad g^6, g^{12}, g^8, g^4, 1$

$\boxed{n=6} \qquad |\langle g^n \rangle| = 5 \qquad 30$

$$|\langle g^n \rangle| = \underbrace{\mathrm{kgV}(n,k)}_{\frac{n \cdot k}{\mathrm{ggT}(n,k)}} : n = \frac{k}{\mathrm{ggT}(n,k)} \qquad n \cdot |\langle g^n \rangle| = \mathrm{kgV}(k,n)$$

Homomorphiesatz: $f: G \to H$ Gruppenhomom.

Dann ist $\boxed{G/\mathrm{Ker}\, f} \cong \mathrm{Im}\, f$