$$(a_0, a_1, \dots, a_n) \longleftrightarrow \sum_{l=0}^{n} a_l t^l$$

Betrachte die Menge aller Folgen mit Werten in einem kommutativen Ring R mit Eins: $\mathbb{N}_0 \to R$, $(a_l)_{l \in \mathbb{N}_0} \subset R$.

$$\begin{array}{c} \mathcal{F} \\ \downarrow \cong \\ R[[t]] \end{array}$$

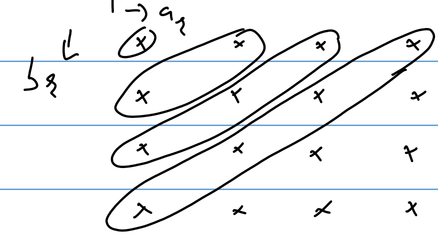
$\oplus$ und $\odot$ können natürlich definiert werden, so dass die Struktur von R erhalten bleiben.

Diese Idee lässt uns auf $\mathcal{F}$ ganz natürlich $+$ und $\cdot$ definieren, so dass $(\mathcal{F}, +, \cdot)$ ebenfalls ein kommutativer Ring mit 1 ist.
Dies passiert hier sehr formal.
Das Konvergenzverhalten von $\sum_{l=0}^{\infty} a_l t^l$ interessiert uns hier nicht.

$R[[t]] = \{ \sum_{l=0}^{\infty} a_l t^l$ für $a_l \in R \}$ heißt formaler Potenzreihenring, da man nicht an echte Potenzreihen denkt sondern einfach nur an Mengen deren Elemente unendlich viele Koeffizienten a_l haben und auf denen $+$ und $\cdot$ definiert sind motiviert aus der Idee der Potenzreihen.

Summe: Komponentenweise

Produkt:



Die Ringstruktur auf $R[[t]]$ folgt wie bei $R[t]$.
$R[t]$ ist ein Unterring von $R[[t]]$.