

# Hausaufgaben zu Algebraische Strukturen / Linearen Algebra 2

Prof. Dr. P. Pickl  
Kajetan Söhnen

## Blatt 6

**Aufgabe 1** (2 Punkte): Zeigen Sie, dass  $\leq$  (“Untergruppe sein”) transitiv ist. Zeigen Sie weiter, dass  $\trianglelefteq$  (“Normalteiler sein”) im allgemeinen nicht transitiv ist.

Tipp: Nutzen Sie den Normalteiler  $U \trianglelefteq A_4$  vom Tutoriumsblatt.

**Aufgabe 2** (2 Punkte): Sei  $K$  ein endlicher Körper mit Charakteristik ungleich 2. Zeigen sie, dass genau die Hälfte der Elemente von  $K \setminus \{0\}$  Quadratzahlen sind. Wie verhält es sich mit Körpern der Charakteristik 2? Hinweis: Betrachten Sie die Abbildung  $f$ , die jedes Element aus  $K$  auf dessen Quadratzahl abbildet ( $f(x) = x^2$ ).

**Aufgabe 3** (2 Punkte): Zeigen Sie, dass sich in endlichen Körpern jede Zahl als Summe zweier Quadratzahlen schreiben lässt. Hinweis: Betrachten sie die Menge aller Quadrate  $Q \subset K$  sowie für beliebiges  $g \in K$  die Menge  $g - Q$ . Aufgabe 2 wird hier hilfreich sein.

**Aufgabe 4** (2 Punkte): Gegeben Seien die Ziffern  $0, 1, \dots, 9, X$ . Geben Sie ein Verfahren zur Prüfziffernkodierung an, dass zu einer neunstelligen Zahl aus diesen Ziffern, eine Prüfziffer erzeugt. Mit der Prüfziffer soll man sowohl Tippfehler an einer Stelle sowie das Vertauschen benachbarter Ziffern erkennen können. Beweisen sie, dass ihr System beide Fehler mit Sicherheit erkennen wird.

**Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Mittwoch, den 25.01.2023, um 8.00 Uhr.**