MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT WiSe 2022/23
DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Übungen zur Linearen Algebra 2

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen

Tutoriumsblatt 4b

Aufgabe 1 *(2 Punkte)***:** Bestimmen Sie den Annulator der Menge

$$\operatorname{span}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}\right\}\subset\mathbb{R}^3.$$

Aufgabe 2: Sei ω der Raum der reellen Folgen.

a) Zeigen Sie, dass ω mit der Addition von Folgen und skalarer Multiplikation ein **nicht** endlicher Vektorraum ist.

b) Zeigen Sie, dass folgende Teilmengen von ω Untervektorräume sind:

(i) die Menge der Nullfolgen

($\star$) (ii) die Mege der beschränkten Folgen

($\star$) (iii) die Menge der absolut summierbaren Folgen, also $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, mit $\sum_{n=1}^{\infty}|x_n|<\infty$.

Aufgabe 3: Sei $\omega^\star$ der Dualraum zu ω.

a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge die schließlich Null wird, es gibt also ein $N\in\mathbb{N}$ sodass $a_n=0$ für $n>N$. Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}\mapsto\sum_{n=1}^{\infty}a_nx_n$ ein Element in $\omega^\star$ ist.

b) Sei nun (a_n) eine Nullfolge.

(i) Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}\mapsto\sum_{n=1}^{\infty}a_nx_n$ diesmal keine Lineare Abbildung $\omega\to\mathbb{R}$ ist.

($\star$) (ii) Zeigen Sie, dass diese Zuordnung eine lineare Abbildung auf den absolut summierbaren Folgen definiert.

Aufgabe 4: Es seien U,W Untervektorräume eines endlichen Vektorraumes V über dem Körper K mit Skalarprodukt $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Zeigen oder widerlegen Sie

(a) $(U+W)^\perp=U^\perp\cap W^\perp$

($\star$) (b) $(U\cap W)^\perp=U^\perp+W^\perp$