

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 6 (Abgabe am 25.11.2022)

---

## Aufgabe 30

(3+5+3 = 11 Punkte)

Die Umkehrfunktion des *Sinus Hyperbolicus* heißt *Areasinus Hyperbolicus*, Funktionsname Arsinh, d.h.  $\text{Arsinh}(\sinh(x)) = x$ , analog für die anderen hyperbolischen Funktionen. Geben Sie die maximalen Definitions- und Wertebereiche für

a)  $\text{Arsinh } x$ ,    b)  $\text{Arcosh } x$     und    c)  $\text{Artanh } x$

an. Bei (a) und (c) ist dies eindeutig – bei (b) können wir zwei Zweige angeben. Berechnen Sie dann mithilfe von Satz 6 die Ableitungen dieser Funktionen.

BEMERKUNG: Sie benötigen dazu keine expliziten Darstellungen der Umkehrfunktionen, sondern lediglich die Ableitungen aus Aufgabe 28.

## Aufgabe 31

(12 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen differenzierbar? Bestimmen Sie dort die Ableitung.

$$f_1(x) = \pi^x, \quad f_2(x) = (\log(x^2))^5, \quad f_3(x) = \log_{22}(x), \quad f_4(x) = x^x.$$

## Aufgabe 32

(6 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$  sowie  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ . HINWEIS: Die Regel von l'Hospital ist hilfreich.

## Aufgabe 33

(16 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{\nu=0}^{\infty} x^{\nu} \quad \forall |x| < 1.$$

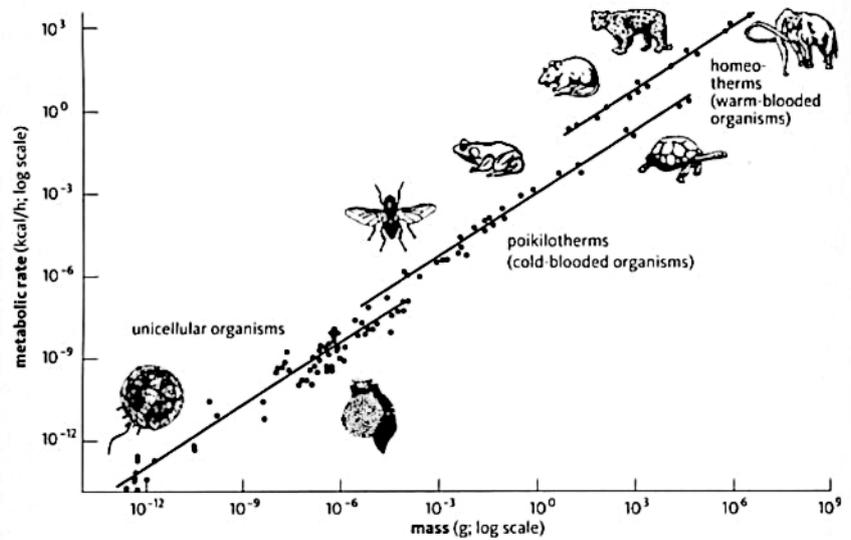
Bestimmen Sie *damit* die Taylorreihen der folgenden Funktionen um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

$$\text{a) } \frac{1}{22-x} \quad \text{b) } \frac{1}{1+x^4} \quad \text{c) } \frac{x^{22}}{1-x^2} \quad \text{d) } \frac{1+x}{1-x}$$

HINWEIS: Sie müssen (und sollen) keine Ableitungen berechnen.

### Aufgabe 34 (Kleibersches Gesetz)

(3+3+3 = 9 Zusatzpunkte)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen  $x$  (der Masse) und  $y$  (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Bestimmen Sie für

- Warmblüter (*Homoiotherme*),
- Kaltblüter (*Poikilotherme*) und
- Einzeller

jeweils eine Formel der Form  $y = f(x)$ , für die Funktion  $f$ , deren Graph diese Gerade ist. Geben Sie dabei kurz an, welche Zahlen(-paare) Sie aus dem Diagramm abgelesen haben, und wie Sie daraus die Parameter in Ihren Funktionen  $f(x)$  bestimmt haben.

### Aufgabe 35

(14 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.01.2023 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- Evaluate inverse functions,
- Finding inverses of linear functions,
- Use the properties of logarithms,
- Evaluate logarithms (advanced),
- Properties of exponents (rational exponents).
- Limits using trig identities und
- Limits at infinity of quotients with trig,

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

$$(ii) \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}, \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}.$$