

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 13 (Abgabe am 27.01.2023)

Aufgabe 69

(3+5 = 8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $23 = z^{23}$.
b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^4 = -16$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.

Aufgabe 70

(keine Abgabe)

Geben Sie für die folgenden Vektorräume V über K die Dimension und eine Basis an.

a) $V = \mathbb{C}^2, K = \mathbb{C}$

b) $V = \mathbb{C}^2, K = \mathbb{R}$

c) $V = \left\{ z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2 \mid z_2 = iz_1 \right\}, K = \mathbb{C}$

d) V wie in (c), $K = \mathbb{R}$

Aufgabe 71

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U = \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 72

(2+3+3 = 8 Zusatzpunkte)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - 3i & i - 3 \\ 3 + i & 1 + 3i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, $\overline{A}^T A$ und A^{-1} .

Aufgabe 73

(12 Zusatzpunkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^2 - 2 + 3\sqrt{x}}{x} dx$ b) $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^2} dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{2023} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Denken Sie bei den Teilen (b) & (c) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob wir F explizit kennen. . .