Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose

WiSe 2023/24
03.11.2023
Blatt 03

Übungen zu „Algebraische Topologie“

Aufgabe 09.

(a) Zeigen Sie, dass die Abbildung $f\colon \mathcal{Z}(\mathbb{S}^n) \to \mathbb{B}^{n+1}$, $(x,t) \mapsto (1-t)x$, einen Homöomorphismus zwischen $\mathcal{C}(\mathbb{S}^n)$ und $\mathbb{B}^{n+1}$ induziert.

(b) Zeigen Sie ähnlich, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $\mathcal{S}(\mathbb{S}^n) \cong \mathbb{S}^{n+1}$.

Aufgabe 10. Sei X ein topologischer Raum und $Y \subseteq X$ eine Teilmenge. Dann nennt man

$$\bar{Y} := \bigcap \{A \subseteq X :\ A \text{ ist abgeschlossen},\ A \supseteq Y\}$$

den *Abschluss* (oder die *abgeschlossene Hülle*) *von* Y. Zeigen Sie:

(a) $\bar{Y}$ ist abgeschlossen und ist die kleinste abgeschlossene Menge in X, die Y enthält.

(b) Es ist $x \in \bar{Y}$ genau dann, wenn für jede Umgebung S von x gilt: $S \cap Y \neq \emptyset$.

Aufgabe 11. Zeigen Sie, dass die *Sinuskurve der Topologen*

$$X = \{(t, \sin \frac{1}{t}) :\ t > 0\} \cup \{(0,y) :\ -1 \leq y \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

zusammenhängend aber nicht wegzusammenhängend ist.

Aufgabe 12. Beweisen Sie, dass der *Kammraum* aus der Vorlesung (siehe (3.10)) wegzusammenhängend aber nicht lokal wegzusammenhängend ist.

Abgabe: Freitag, den 10.11.2023 um 9.15 Uhr in der Vorlesung oder via „urm“ an Ihren Tutor