Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose

WiSe 2023/24
24.11.2023
Blatt 06

Übungen zu „Algebraische Topologie“

Aufgabe 21. Zeigen Sie: Ist $f\colon \mathbb{B}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine stetige Abbildung mit $f(-x) = -f(x)$, für alle $x \in \mathbb{S}^1 \subseteq \mathbb{B}^2$, so existiert ein $x_0 \in \mathbb{B}^2$ mit $f(x_0) = 0$. (Hinweis: Satz von Borsuk-Ulam)

Aufgabe 22. Zeigen Sie: Ein topologischer Raum ist genau dann zusammenziehbar, wenn er den gleichen Homotopietyp wie der einpunktige topologische Raum hat.

Aufgabe 23. Zeigen Sie, dass die *dreifach punktierte Sphäre* den Homotopietyp der Acht hat, $\mathbb{S}^2 \setminus \{p_1, p_2, p_3\} \simeq \mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^1$ ($p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{S}^2$ paarweise verschieden). „Proof by picture“ ist dabei erlaubt.

Aufgabe 24. Sei $\mathcal{C}$ eine Kategorie sowie X und Y Objekte in $\mathcal{C}$.

(a) Zeigen Sie, dass die Identität $\mathrm{id}_X \in \mathrm{Mor}(X)$ eindeutig bestimmt ist.

(b) Ist $f \in \mathrm{Mor}(X, Y)$ und gibt es ein $g \in \mathrm{Mor}(Y, X)$ so dass $gf = \mathrm{id}_X$ und $fg = \mathrm{id}_Y$ ist, so ist g mit dieser Eigenschaft eindeutig bestimmt.

Abgabe: Bis Freitag, den 01.12.2023 um 9 Uhr