

## Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens am 27.10.2023, 8:00)

---

### Aufgabe 6

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie geometrisch:  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2023}$ .

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

### Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

### Aufgabe 8

(10 Punkte)

Sei  $a_0 = 1$  sowie  $a_{n+1} = 2a_n - 23(n-1)$  für  $n \in \mathbb{N}_0$ .

- Bestimmen Sie  $a_n$  für  $n = 1, 2, 3$ .
- Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:  $a_n = 2^n + 23n \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$ .

### Aufgabe 9

(10 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten  $n$  positiven geraden Zahlen ist gleich  $n(n+1)$ .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für  $k \in \mathbb{N}$  ist  $2k$  gerade und  $2k-1$  ungerade und positiv.

### Aufgabe 10

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

*Wird ein Kreis durch  $n$  Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.*

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

### Aufgabe 11

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\text{a) } \sum_{\nu=-1}^4 \nu(\nu+1) \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{n+2} 3^k \quad \text{c) } \sum_{k=0}^{n+23} x^{n+k} \quad \text{d) } \sum_{\nu=n}^m \nu \quad \text{für } m > n \geq 0.$$

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

## Aufgabe 12

(20 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.01.2024 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Powers of the imaginary unit,*
- *Plot numbers on the complex plane,*
- *Add & subtract complex numbers,*
- *Graphically add & subtract complex numbers,*
- *Multiply complex numbers,*
- *Finite geometric series,*
- *Finite geometric series word problems,*
- *Finite geometric series in sigma notation,*
- *Arithmetic series* und
- *Arithmetic series in sigma notation.*

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- b) Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- c) Machen Sie Ihre\*n Übungsgruppenleiter\*in zu Ihrem *Coach*. Dazu erhalten Sie von ihr/ihm einen *Class code*, bzw. einen Einladungslink.
- d) Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in wird Ihnen die obigen *Skills* als *Assignments* geben. Sie sehen diese *Assignments* in der Ansicht *Learner home* (auswählbar nach Klick auf Ihren Namen rechts oben).
- e) Bearbeiten Sie die *Assignments*. Wenn Sie alle Aufgaben einer *Skill* korrekt bearbeiten, erhalten Sie ein Ergebnis von 100%. Sie dürfen das beliebig oft versuchen. Es zählt immer der beste Versuch (aber erst nach dem *Assignment*).
- f) Für jede *Skill* aus den *Assignments*, bei der Sie zum Stichtag 100% erreicht haben, schreiben wir Ihnen 2 Zusatzpunkte gut.