

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 5 (Abgabe am spätestens 17.11.2023, 8:00)

Aufgabe 23

(9 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen¹

a) $f(x) = \frac{9x^3 - 2x^4 - 3x}{2x^4 - 5x}$

b) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{2+x^2}}{1-x}$

Aufgabe 24

(16 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen¹ differenzierbar? Bestimmen Sie ggf. die Ableitung.

a) $f(x) = x|x|$ b) $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ c) $f(x) = |x^3 - x|$ d) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

Aufgabe 25

(9 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{8x + 24}{x^3 + 27}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^{23} - 512x^{14}}{16 - x^4}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{2n+1} + 1}{x^{2k+1} + 1}$ für $n, k \in \mathbb{N}$

Aufgabe 26

(keine Abgabe)

Beweisen Sie die Kettenregel, d.h. zeigen Sie, dass für die Verkettung $f = g \circ h$ gilt, dass $f'(x_0) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$ – unter der Voraussetzung, dass g und h auf geeigneten Bereichen (wo genau?) differenzierbar sind.

Benutzen Sie dabei unsere Definition von Differenzierbarkeit als lineare Approximierbarkeit. Klein-o hilft! Hier gibt's die Lösung: <https://youtu.be/1AQ7Gm4DS2c> – aber probieren Sie's zunächst selbst!

Aufgabe 27

(9 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\pi}{n+23}\right)^n$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{2n}\right)^{n+23}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{23-n}\right)^{3n}$

¹Wir definieren alle Funktionen für möglichst viele $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 28

(12 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.01.2024 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Divide polynomials with remainders,*
- *Trigonometric ratios in right triangles,*
- *Unit circle (with radians),*
- *Use the Pythagorean identity,*
- *Period of sinusoidal functions from equation und*
- *Graph sinusoidal functions.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).