

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 14 (Abgabe spätestens 02.02.2024, 8:00)

Aufgabe 73

(8 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

a) $\frac{100 + 20i}{3 - 2i}$ b) $(\overline{x - iy})^3$ c) $\sqrt{3} \exp(\frac{1}{2} \log 6 - i\frac{\pi}{4})$ d) $\sin(x + iy)$

Aufgabe 74

(3+5 = 8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $24 = z^{24}$.
b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^4 = 81i$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.

Aufgabe 75

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U = \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 76

(2+3+3 = 8 Zusatzpunkte)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - 3i & i - 3 \\ 3 + i & 1 + 3i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, $\overline{A}^T A$ und A^{-1} .

Aufgabe 77

(12 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^2 + 2 - 4\sqrt{x}}{x} dx$ b) $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^2} dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^{2024} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Denken Sie bei den Teilen (b) & (c) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob wir F explizit kennen...

Aufgabe 78

(4 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 04.02.2024 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Functions defined by definite integrals (accumulation functions)* und
- *Finding derivative with fundamental theorem of calculus: chain rule.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).