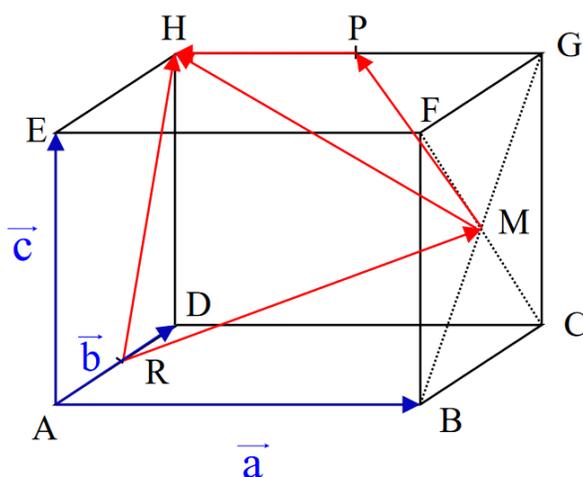


# Übungen zum Vorkurs Mathematik für Naturwissenschaftler

Manuela Feistl

Blatt 6  
 Donnerstag 12.10.23

**Aufgabe 1:** Das Bild zeigt einen Quader  $ABCDEFGH$ .



$R$  halbiert die Strecke  $[AD]$  und  $P$  halbiert die Strecke  $[HG]$ .

$M$  ist der Mittelpunkt des Rechtecks  $BCGF$ . Stellen Sie die Vektoren  $\vec{PH}$ ,  $\vec{RH}$ ,  $\vec{RM}$ ,  $\vec{MH}$  und  $\vec{MP}$  als Linearkombination der drei Vektoren  $\vec{a} = \vec{AB}$ ,  $\vec{b} = \vec{AD}$  und  $\vec{c} = \vec{AE}$  dar.

**Aufgabe 2:** Berechnen Sie die folgenden Summen.

a)  $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 17 \\ 22 \\ 5912 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 40 \\ 2 \\ 42 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 28a \\ \sqrt{2} \\ 21 \end{pmatrix}$

$$d) \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 9 \\ 4f+6 \\ \frac{1}{9} \\ 1000 \\ \frac{4}{a+3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 23 \\ 1099 \\ 2f \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{146} \\ 5a \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3:** Berechnen Sie folgende Produkte.

$$a) 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$b) \frac{3}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{1}{4} \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} \cdot \sqrt{13}$$

$$d) 3a \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 9 \\ 4f+6 \\ \frac{1}{9} \\ 1000 \\ \frac{4}{a+3} \end{pmatrix} \cdot 2$$

**Aufgabe 4:** Vereinfache folgende Terme.

$$a) 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$b) 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 5:** Berechnen Sie das Skalarprodukt der folgenden Vektoren:

$$1. \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$3. \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 6:** Berechnen die Länge der folgenden Vektoren und normieren Sie anschließend alle Vektoren auf die Länge 1:

a)  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

b)  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

c)  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 7:** Berechnen Sie das Kreuzprodukt der folgenden Vektoren:

a)  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

b)  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

c)  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 8:**

Gegeben sind die beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie den Winkel zwischen den beiden Vektoren.
- Bestimmen Sie einen Vektor  $\vec{c}$ , der sowohl auf  $\vec{a}$  als auch auf  $\vec{b}$  senkrecht steht.
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms, den die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufspannen.

**Aufgabe 9:** Gegeben sind die Punkte  $A(1/-2/3)$ ,  $B(5/2/1)$  und  $C_k(5 + 2k/-1-k/4 + 2k)$  mit  $k \in \mathbb{R}$ .

- Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABC_k$  für  $k \neq 1$  gleichschenkelig ist.

- b) Für welchen Wert von  $k$  ist das Dreieck gleichseitig?  
 c) Für welchen Wert von  $k$  ist das Dreieck rechtwinklig?

**Aufgabe 10:** Schreiben Sie folgende Gleichung in Matrixschreibweise

$$\begin{aligned} \text{I } 3x + 4y &= 9 \\ \text{II } 2x - 6y &= 2. \end{aligned}$$

**Aufgabe 11:** Betrachten Sie die folgenden 2x2-Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie die folgenden Operationen durch:

- a) Addieren Sie Matrix  $A$  und Matrix  $B$ :  $A + B =$ .  
 b) Multiplizieren Sie Matrix  $B$  mit dem Skalar 3:  $3B =$ .  
 c) Berechnen Sie das Produkt von Matrix  $C$  und dem Skalar  $-2$ :  $-2C =$ .  
 d) Multiplizieren Sie das Ergebnis der Matrixaddition  $(A + B)$  mit dem Skalar 2:  $2(A + B) =$ .

**Aufgabe 12:** Führen Sie die folgenden Matrixmultiplikationen durch:

**a) 2x2-Matrizen:**

Gegeben seien die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Produkt  $A \cdot B =$ .

**b) 3x3-Matrizen:**

Gegeben seien die Matrizen:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Produkt  $C \cdot D =$ .

**c) 2x3 und 3x2-Matrizen:**

Gegeben seien die Matrizen:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Produkt  $E \cdot F =$ .

Viel Erfolg bei der Bearbeitung Ihres sechsten Übungsblattes! Bei Fragen wenden Sie sich an Ihren Übungsleiter oder an Ihre Übungsleiterin.

**Guten Start ins Studium!**

**Ich wünsche Ihnen viel Spaß und viel Erfolg in den kommenden Semestern!**