

# Vorkurs Mathematik

Prof. Dr. P. Pickl

## Blatt 3

**Aufgabe 1:** Beweisen Sie die Gültigkeit des Strahlensatzes allgemein, d.h. auch für irrationale Proportionen.

**Aufgabe 2:** Gegeben seien zwei endliche Mengen  $M$  und  $N$  mit  $|M| = m$ ,  $|N| = n$  (“endlich” bedeutet einfach, dass die Mächtigkeiten  $m$  und  $n$  jeweils endlich sind). Wie viele verschiedene Relationen lassen sich auf  $M \times N$  definieren, wie viele Funktionen  $M \rightarrow N$ ?

**Aufgabe 3:** Sei  $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 5), (3, 4), (7, 6)\}$  eine Relation über  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Erweitern Sie  $R$  zur einer Relation  $R^*$  mit so wenigen Elementen wie möglich, so dass  $R^*$  eine Halbordnung ist.

**Aufgabe 4:** Sei  $M$  eine endliche Menge. Zeigen Sie, dass die Äquivalenzklassen einer beliebigen Äquivalenzrelation eine Zerlegung von  $M$  ergeben, d.h. die Äquivalenzklassen sind paarweise disjunkt, die Vereinigung aller Äquivalenzklassen ergibt  $M$ .

**Aufgabe 5:** Überlegen Sie sich drei Ihnen aus der Mathematik bekannte Beispiele von Relationen, die Halbordnungen sind. Beweisen Sie jeweils, dass die definierenden Eigenschaften in der Tat erfüllt sind und überprüfen Sie jeweils, ob es sich um Ordnungen handelt.