

Übungen zu „Analysis I und Mathematik für Physiker I“

Aufgabe 51.

(a) Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

$$f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{1 - x^2} \quad \text{und} \quad g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x + \ln(x))^7.$$

(b) Bestimmen Sie jeweils eine Stammfunktion (in Termen bekannter Funktionen) von

$$h: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x \cdot \ln(x)} \quad \text{und} \quad k: \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

Aufgabe 52. Berechnen Sie

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx.$$

Aufgabe 53 (verallgemeinerter Mittelwertsatz der Differentialrechnung). Seien $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und auf (a, b) differenzierbar. Zeigen Sie, dass es dann ein $\xi \in (a, b)$ gibt, so dass gilt:

$$(f(b) - f(a))g'(\xi) = (g(b) - g(a))f'(\xi).$$

(Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $x \mapsto (g(b) - g(a))f(x) - (f(b) - f(a))g(x)$.)

Aufgabe 54 (Präsenzaufgabe). Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2} \quad \text{und} \quad \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

Abgabe: Bis Montag, den 02.02.2026 um 11.15 Uhr