Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose
Clemens Nollau

WS 2025/26
09.02.2026

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5a	5b	6a	6b	Summe
Punkte													

Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und beschriften dieses mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 12 Teilaufgaben. In jeder Teilaufgabe können Sie bis zu 4 Punkten bekommen. Die Höchstpunktzahl ist also 48, so dass Sie mit 24 Punkten den Test/die Klausur bestanden haben. Bei der Klausur gibt es auch eine Note, die beim Test informationshalber auch angegeben ist. **Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.** Viel Erfolg!

Test/Klausur zu „Analysis I/Mathematik für Physiker I"

Aufgabe 01.

(a) Sei $f\colon A \to B$ eine Abbildung. Zeigen Sie: Ist $g\colon B \to A$ eine Abbildung, so dass $g \circ f = \mathrm{id}_A$ ist, so ist f injektiv.

(b) Sei $A \neq \emptyset$ und $f\colon A \to B$ eine injektive Abbildung. Zeigen Sie, dass es dann eine Abbildung $g\colon B \to A$ gibt, so dass $g \circ f = \mathrm{id}_A$ ist.

Aufgabe 02.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe von Vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)^2 = \frac{1}{3} n(2n-1)(2n+1)$$

(b) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

Aufgabe 03.

(a) Zeigen Sie, dass die unendliche Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$ konvergiert.

(b) Zeigen Sie unmittelbar aus der Definition von ln, dass $\ln(n) \leq n - 1$ ist, für alle $n \in \mathbb{N}$, und daraus dann, dass die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$ divergiert.

Aufgabe 04.

(a) Zeigen Sie, dass $\sqrt[3]{2}$ irrational ist.

(b) Begründen Sie mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, warum es ein $\xi \in (0, 1)$ geben muss mit

$$\xi + \ln(\xi) = 0$$

Aufgabe 05.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung: Ist $f\colon (a, b) \to \mathbb{R}$ differenzierbar mit $f'(x) \geq 0$, für alle $x \in (a, b)$, so ist f monoton wachsend.

(b) Zeigen Sie, dass die differenzierbare Funktion $f\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot \ln(x)$, genau ein lokales Extremum hat und begründen Sie mit Hilfe des Monotonieverhaltens von f, warum dies ein globales Minimum sein muss.

Aufgabe 06.

(a) Berechnen Sie

$$\int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von Partieller Integration eine Stammfunktion von $\ln\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$ in Termen elementarer Funktionen.