Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose
Clemens Nollau

WS 2025/26
07.04.2026

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5a	5b	6a	6b	Summe
Punkte													

Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und beschriften dieses mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 12 Teilaufgaben. In jeder Teilaufgabe können Sie bis zu 4 Punkte bekommen. Die Höchstpunktzahl ist also 48, so dass Sie mit 24 Punkten den Test/die Klausur bestanden haben. Bei der Klausur gibt es auch eine Note, die beim Test informationshalber auch angegeben ist. **Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.** Viel Erfolg!

Nachtest/Nachklausur zu „Analysis I/Mathematik für Physiker I“

Aufgabe 01.

(a) Sei A eine endliche Menge. Zeigen Sie: Für jede Abbildung $f\colon A \to A$ gilt: Ist f injektiv, so ist f bereits bijektiv.

(b) Geben Sie eine injektive aber nicht bijektive Abbildung $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an und begründen Sie das.

Aufgabe 02.

(a) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} (4k+3) = 2n^2 + 5n.$$

(b) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}_0$ und $0 \leq k \leq n$:

$$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}.$$

Aufgabe 03.

(a) Seien (a_n) und (b_n) reelle Zahlenfolgen. Geben Sie eine Definition dafür an, dass (a_n) eine Nullfolge ist. Geben Sie weiterhin auch eine Definition dafür an, dass (b_n) eine beschränkte Folge ist.

(b) Zeigen Sie: Ist (a_n) eine Nullfolge und (b_n) eine beschränkte Folge, so ist auch $(a_n) \cdot (b_n)$ eine Nullfolge.

Aufgabe 04.

(a) Zeigen Sie, dass $\sqrt{3}$ irrational ist.

(b) Sei $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine normierte Polynomfunktion 3. Grades, d.i.,

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c,$$

mit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Begründen Sie, warum f eine Nullstelle $\xi \in \mathbb{R}$ haben muss.

Aufgabe 05.

(a) Differenzieren Sie die differenzierbare Funktion $f \colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + e^x}.$$

(b) Zeigen Sie: Ist $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, so dass f' konstant ist, so ist f affin-linear, d.h.: es gibt $m, b \in \mathbb{R}$, so dass $f(x) = mx + b$ ist, für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 06. Führen Sie eine Kurvendiskussion der differenzierbaren Funktion $f \colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \ln^2(x),$$

durch:

(a) Bestimmen Sie alle Null- und Extremstellen sowie $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ und das Monotonieverhalten von f.

(b) Begründen Sie, dass f genau eine globale Minimalstelle hat und bestimmen Sie diese.