

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 7 (Besprechung in den Übungsgruppen vom 01. bis 04.12.25)

Aufgabe 37

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

a) $\sinh x$

b) $\cosh x$

c) $\operatorname{Artanh} x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von $\log$ in der Vorlesung.

Aufgabe 38

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

a) e^{3x^2}

b) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$

c) $\sin(x^3)$

Aufgabe 39

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^{20}}{(1 - \cos(2x))^{10}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2000} \sin^{20} x}{(\sin x - x + \frac{x^3}{6})^{404}}$

Aufgabe 40

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

a) $\frac{1}{20 + x}$ um $x_0 = 20$, b) e^{-3x} um $x_0 = 2$ und c) $\sin x$ um $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

Aufgabe 41

Sinnvolle Khan-Übungen sind z.B.:

- *Taylor & Maclaurin polynomials*,
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for $\sin x$, $\cos x$, and e^x*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

(ii) Die Taylorreihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.