

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 10 (Besprechung in den Übungsgruppen am 07. und 08.01.26)

---

## Aufgabe 56

Seien  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  wie in Aufgabe 55 und  $U = \text{span}(\vec{a}_2, \vec{a}_3) \subset \mathbb{R}^3$ .

- Verwenden Sie in diesem Aufgabenteil das kanonische Skalarprodukt auf  $\mathbb{R}^3$  und die zugehörige Norm.  
Bestimmen Sie mithilfe von Gram-Schmidt eine ONB von  $U$ .
- Verwenden Sie in diesem Aufgabenteil das Skalarprodukt aus Aufgabe 54e und die zugehörige Norm.  
Bestimmen Sie mithilfe von Gram-Schmidt eine ONB von  $U$ .

## Aufgabe 57

Gilt  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  für beliebige  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

## Aufgabe 58

Seien  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  gegeben. Wir betrachten das LGS

$$x_1 \vec{a}_1 + x_2 \vec{a}_2 + x_3 \vec{a}_3 = \vec{b} \quad \text{für } x_j \in \mathbb{R}, j = 1, 2, 3.$$

- Bilden Sie auf beiden Seiten der Gleichung das Kreuzprodukt mit  $\vec{a}_2$ . Bilden Sie anschließend das Skalarprodukt des Ergebnisses mit  $\vec{a}_3$ . Lösen Sie nun – wenn möglich – nach  $x_1$  auf.
- Beschaffen Sie sich analoge Lösungsformeln für  $x_2$  und  $x_3$ .
- Welche Bedingung müssen die  $\vec{a}_j$  erfüllen, damit wir mithilfe der Formeln aus (a) und (b) wirklich die Lösung des LGS erhalten?