

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 13 (Besprechung in den Übungsgruppen vom 26. bis 29.01.26)

Aufgabe 67

Seien

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie $\det A$.
- Berechnen Sie $\det B$.
- Bestimmen Sie $\det C$, $\det(C^{-1})$ und $\det(C^5)$.

Aufgabe 68

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

- $\frac{62 - 19i}{1 - 2i}$
- $(x + iy)^3$
- $\sqrt{6} \exp\left(\frac{1}{2} \log 3 + i\frac{\pi}{4}\right)$
- $\sin(x + iy)$

Aufgabe 69

Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt: a) $256 = z^8$ b) $z^4 = 16i$
Markieren Sie diese z jeweils in einer Skizze der komplexen Ebene.

Aufgabe 70

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U = \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$