

Übungen zum Vorkurs Mathematik für Naturwissenschaftler

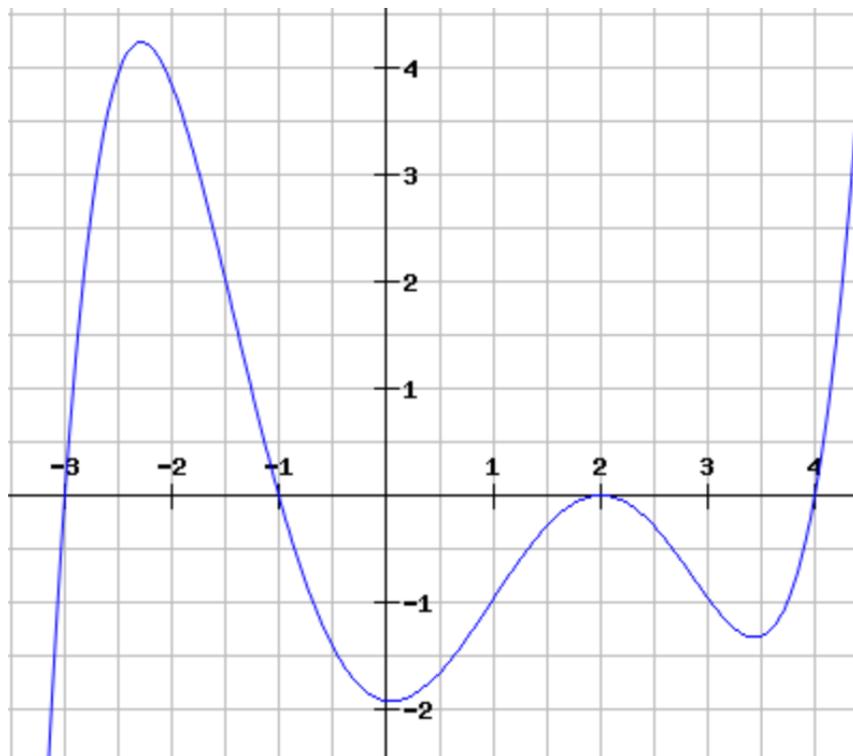
Peter Pickl

Blatt 5
Mittwoch 8.10.25

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass die Funktion $F(x) = (-2x - 4)e^{-0,5x}$ eine Stammfunktion von $f(x) = xe^{-0,5x}$ ist.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Obersumme und die Untersumme der Funktion $f(x) = -x^2 + 4$ im Intervall $[0, 2]$ mit der Feinheit 0.5 (Balkenbreite). Fertigen Sie auch aussagekräftige Skizze an.

Aufgabe 3: Skizzieren Sie den Graphen einer Stammfunktion zu folgender Funktion



Aufgabe 4: Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\int_2^4 3x^2 dx$

d) $\int_1^4 \sqrt{t} dt$

b) $\int_e^1 \frac{3}{x}$

e) $\int_0^3 \frac{1}{3a+1}$

c) $\int_3^7 e^{2x} dx$

f) $\int_e^{e^2} \frac{2b}{b^2} db$

Aufgabe 5: Finden Sie drei verschiedene Beispiele für nicht konstante Funktionen für die $\int_{-2}^2 f(x) = 0$.

Aufgabe 6: Finden Sie drei verschiedene Beispiele für nicht konstante Funktionen für die $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx$.

Aufgabe 7: Finden Sie ein Beispiel für eine Funktionen für die $\int_0^1 f(x)^2 dx = \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2$.

Aufgabe 8: Bestimmen Sie die Extrempunkte (x- Werte und Art) der Stammfunktion F der Funktion $f(x) = x^2 - 4x$ ohne die Funktion f zu integrieren.

Aufgabe 9: Bestimmen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das die Graphen von f und g miteinander einschließen

$$f(x) = x(x - 3)^2 \quad g(x) = x.$$

Aufgabe 10: Zeigen Sie: $F(x) = x^2 e^x + 2$ ist eine Stammfunktion von $f(x) = (x^2 + 2x)e^x$. Wie lautet die Gesamtheit aller Stammfunktionen von $f(x)$?

Aufgabe 11: Welchen Wert besitzen die folgenden bestimmten Integrale?

a) $\int_0^4 (x^3 - 5x^2 + 1.5x - 10) dx$

b) $\int_a^e \frac{dt}{t}$

c) $\int_1^4 \frac{1-z^2}{z} dz$

d) $\int_0^\pi (a \cdot \sin(t) - b \cdot \cos(t)) dt$

e) $5 \cdot \int \sqrt{x} dx$

f) $\int_0^2 3 \cdot (1 - e^x) dx$

Aufgabe 12: Lösen Sie folgende Integrale durch partielle Integration:

a) $\int x \cdot \ln(x) dx$

b) $\int x \cdot \cos(x) dx$

c) $\int x^2 \cdot \cos(x) dx$

d) $\int_{-1}^2 x \cdot e^x dx$

Aufgabe 13: Lösen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution:

a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$

b) $\int (5x + 12)^{0.5} dx$

c) $\int \sqrt[3]{1-t} dt$

d) $\int \frac{2x+6}{x^2+6x-12} dx$

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung Ihres fünften Übungsblattes! Bei Fragen wenden Sie sich an Ihren Übungsleiter oder an Ihre Übungsleiterin.
Guten Start ins Wochenende! Wir freuen uns Sie kommende Woche wiederzusehen.**