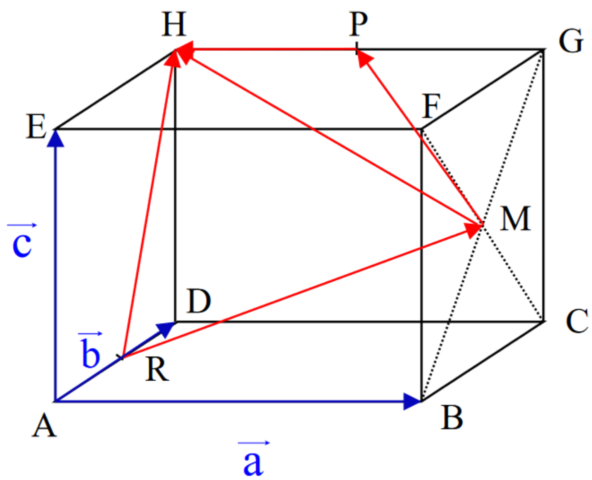
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT WS 2025/26
DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Übungen zum Vorkurs Mathematik für Naturwissenschaftler

Peter Pickl

Blatt 6
Donnerstag 9.10.25

Aufgabe 1: Das Bild zeigt einen Quader $ABCDEFGH$.



R halbiert die Strecke $[AD]$ und P halbiert die Strecke $[HG]$.
M ist der Mittelpunkt des Rechtecks $BCGF$. Stellen Sie die Vektoren $\overrightarrow{PH}, \overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RM}, \overrightarrow{MH}$ und $\overrightarrow{MP}$ als Linearkombination der drei Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ dar.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden Summen.

a) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 17 \\ 22 \\ 5912 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 40 \\ 2 \\ 42 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 28a \\ \sqrt{2} \\ 21 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 9 \\ 4f+6 \\ \frac{1}{9} \\ 1000 \\ \frac{4}{a+3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 23 \\ 1099 \\ 2f \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{146} \\ 5a \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: Berechnen Sie folgende Produkte.

a) $4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$

b) $\frac{3}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{1}{4} \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} \cdot \sqrt{13}$

d) $3a \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ 9 \\ 4f+6 \\ \frac{1}{9} \\ 1000 \\ \frac{4}{a+3} \end{pmatrix} \cdot 2$

Aufgabe 4: Vereinfache folgende Terme.

a) $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

b) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5: Berechnen Sie das Skalarprodukt der folgenden Vektoren:

1. $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
2. $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.
3. $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 6: Berechnen die Länge der folgenden Vektoren und normieren Sie anschließend alle Vekotoren auf die Läne 1:

a) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 7: Berechnen Sie das Kreuzprodukt der folgenden Vektoren:

a) $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

b) $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 8:

Gegeben sind die beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den beiden Vektoren.

b) Bestimmen Sie einen Vektor $\vec{c}$, der sowohl auf $\vec{a}$ als auch auf $\vec{b}$ senkrecht steht.

c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramm den die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufspannen.

Aufgabe 9: Gegeben sind die Punkte $A(1/{-2}/3), B(5/2/1)$ und $C_k(5+2k/{-1}{-k}/4+2k$ mit $k \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC_k für $k \neq 1$ gleichschenklig ist.

b) Für welchen Wert von k ist das Dreieck gleichseitig?

c) Für welchen Wert von k ist das Dreieck rechtwinklig?

Viel Erfolg bei der Bearbeitung Ihres sechsten Übungsblattes! Bei Fragen wenden Sie sich an Ihren Übungsleiter oder an Ihre Übungsleiterin.